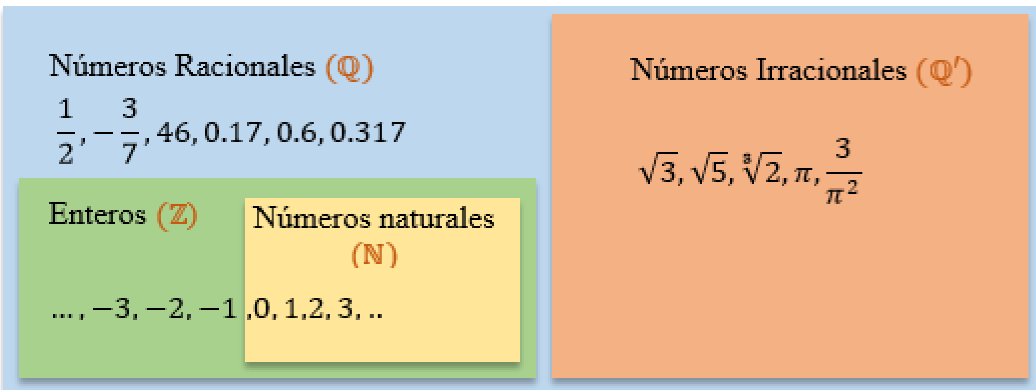
CONJUNTOS NUMÉRICOS

NÚMEROS REALES

Es el conjunto de números formado por la unión de los números Racionales e Irracionales. Se denota por $\mathbb{R}$ y se representa así:

$$\mathbb{R} = \{\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'\}$$



Conjunto de los Racionales: El conjunto de los números racionales $\mathbb{Q}$, está compuesto por los números que son cocientes de dos enteros, siempre y cuando el denominador sea diferente de cero.

$$\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} \mid p \ y \ q \text{ son números}, q \neq 0 \}$$

Los números racionales se ubican en una de las siguientes características: Ser entero, tener una expresión decimal finita, o tener una expresión decimal infinita periódica.

$$\frac{10}{2} = 2 \qquad \frac{30}{8} = 3{,}75 \qquad \frac{2}{3} = 0{,}66666666 \dots \dots \dots.$$

Conjunto de los Enteros: El conjunto surge de la necesidad de dar solución general a la sustracción, cuando el sustraendo es mayor que el minuendo, esta sustracción no tiene solución en los números Naturales. Por ejemplo: 5-20? Se denota por $\mathbb{Z}$ y se representa así:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1{,}0{,}1{,}2{,}3, \dots 1{,}2{,}3{,}4 \dots \}$$

Conjunto de los Naturales ($\mathbb{N}$): El conjunto se formalizó para dar respuesta a la necesidad de contar en una base generalizada, la base 10. Con los dígitos se forma cualquier número natural. El conjunto de los números naturales, se denota por $\mathbb{N}$ y se presenta así:

$$\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4\ \ldots\}$$

Conjunto de los Irracionales ($\mathbb{Q}'$): Es el conjunto de números cuya expresión decimal no es finita ni periódica, estos números no pueden transformarse en una fracción. Se denota con la letra $\mathbb{Q}'$

Como ejemplos de ellos tenemos todas las raíces no exactas como $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, etc. Igualmente, el número π, la constante e, base de los logaritmos naturales, entre otros.

Conjunto de los complejos: Es el conjunto formado por la unión de los números reales y los números imaginarios, incluyen todas las raíces de los polinomios, a diferencia de los reales. Un número complejo puede representarse de la forma a $a + bi$, que es la suma de un número real y un número imaginario. Se denota por C y se representa así:

$$\mathrm{C} = \{\mathcal{R}\ \cup i\}$$

Los números imaginarios son números complejos, cuya parte real es igual a cero, por ejemplo: los números $5i$, i o $-i$ son números imaginarios, donde la letra i denota la raíz cuadrada de -1

($i = \sqrt{-1}$), por lo tanto $i^2 = -1$

PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES EN R

Las operaciones de suma y producto definidas en los reales cumplen ciertas propiedades. Veamos algunas de ellas: Sean a, b y c números reales cualesquiera.

Propiedades	Suma	Producto
Asociativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
Conmutativa	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Elemento neutro	$a + 0 = 0 + a$	$a \cdot 1 = 1 \cdot a$
Existencia del inverso	$a + (-a) = (-a) + a = 0$	$a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1, si\ a \neq 0$
Distributiva del producto con respecto a la suma	$c \cdot (a + b) = ca + cb$	

TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA

Todo entero positivo se puede representar de forma única como producto de factores primos excepto por el orden. Ejemplo. $20808 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 17^2$ $3600 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

NÚMEROS PRIMOS

Se denomina número primo a todo número natural diferente de uno, cuyos únicos divisores POSITIVOS son él y la unidad; los números que no son primos se denominan compuestos. Eratóstenes de Cirene (276-194 a de C) Matemático griego, ideó una forma de determinar los primeros números primos al construir la denominada Criba de Eratóstenes. Así los números primos menores que 100 son los siguientes:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

El **Mínimo Común Múltiplo** ("M.C.M.") de dos o más números naturales es el menor número natural (distinto de cero) que es múltiplo de todos ellos.
Hallar al M.C.M de 4, 8 y 12

$M(4) = \{4,8,12,16,20,24,28,32,36,40,44,48,52, \ldots\}$

$M(8) = \{8,16,24,32,40,56,64,72,80, \ldots\}$

$M(12) = \{12,24,36,48,60,72,84,96,108, \ldots\}$ Así el $\mathrm{M.C.M}_{(4,8,12)} = 24$

Otro método es descomponer los números en factores primos y tomar los factores comunes y no comunes con su mayor exponente.

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline \end{array}$$

$4 = 2^2$ $\qquad$ $8 = 2^3$ $\qquad$ $12 = 2^2 \cdot 3$

$$M.C.M_{(4,8,12)} = 2^3 \cdot 3 = 24$$

MAXIMO COMÚN DIVISOR

El Máximo Común Divisor ("**M.C.D.**") de dos o más números naturales es el mayor divisor posible de todos ellos.

$M.C.D_{(48,60)}$. Podemos comprobar que los divisores de 48 y 60 son:

$D_{(48)} = \{1,2,3,4,6,8,12,16,24,48\}$

$D_{(60)} = \{1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60\}$

Así, el $M.C.D_{(48,60)} = 12$

Veámoslo utilizando el otro método: Para el cálculo se descompondrán los números en factores primos y se tomarán los factores comunes con su menor exponente.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array}$$

$48 = 2^4 \cdot 3$ $\qquad$ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

$$M.C.D_{(48,60)} = 2^2 \cdot 3 = 12$$

Hallar el MCD y el MCM de:

(72,108,60)	(428,376)	(148,156)	(3600,1000)
(14,78,36)	(36,62,18)	(15,16,18)	(32,40,48)

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Por	Criterio	Ejemplo
2	Es divisible por 2, si termina en cero o en cifra par.	564: Es divisible por 2, ya que termina en cifra par.
3	Es divisible por 3, si la suma de sus dígitos nos da múltiplo de 3.	564: Es divisible por 3, ya que la suma de sus dígitos es 15, y 15 es múltiplo de 3.
4	Es divisible por 4, si sus dos últimas cifras son ceros o múltiplo de 4.	36, 400, 1028 son divisibles por 4.
5	Es divisible por 5, si termina en cero o cinco.	45, 515, 7525 y 3980 son divisibles por 5.
6	Es divisible por 6, si es divisible por 2 y por 3.	72, 324, 1503 son divisibles por 3.
7	Es divisible por 7, cuando la diferencia entre e número sin la cifra de las unidades y el doble la cifra de las unidades es 0 o múltiplo de 7.	343 es divisible por 7, ya que 34 menos 2 multiplicado por 3 da 28, y 28 es múltiplo de 7, es decir: 34 - 2 · 3 = 34-6=28, es múltiplo de 7.
8	Es divisible por 8, si sus tres últimas cifras son ceros o múltiplo de 8.	4000, 1048, 1512 son divisibles por 8.
9	Es divisible por 9, si la suma de sus dígitos nos da múltiplo de 9.	81, aquí 8 + 1 = 9, es múltiplo de 9. 3663, en este caso 6 + 6 + 3 = 18, es múltiplo de 9.
10	Es divisible por 10, si la cifra de las unidades e 0.	130, 1440, 10230 son divisibles por 10.
11	Es divisible por 11, si la diferencia entre la su de las cifras que ocupan los lugares pares y la los impares es 0 o múltiplo de 11.	121 es divisible por 11, ya que (1 + 1) - 2 = 0 4224 es divisible por 11, ya que (4 + 2) - (2 + 4) = 0. 1325 no es divisible por 11, ya que (1+2)-(3+5)=3-8=- que no es ni cero ni múltiplo de 11.

Escriba sí o no para indicar si el número de la primera columna es divisible por cada uno de los números de la fila superior

Número	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
576										
1243										
4560										
5764										
12454										
203044										
745370										

FRACCIONARIOS

Los fraccionarios pertenecen al conjunto de los racionales, están formados por dos números enteros; el numerador que está en la parte de arriba y el denominador que está en la parte de abajo. Así un fraccionario se expresa de la forma:

$$\frac{a}{b} \text{ con } b \neq 0$$

Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes cuando el producto de extremos es igual al producto de medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ si } ad = bc$$

Si se multiplica o divide el numerador y el denominador de una fracción por un número entero, distinto de cero, se obtiene otra fracción equivalente a la dada. Al primer caso le llamamos **amplificar**, al segundo **simplificar**.

Ejemplo:

Amplificar por 4 el racional $\frac{2}{5}$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{4} = \frac{8}{20}$$

Simplificar el racional $\frac{8}{20}$

$$\frac{8}{20} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ son fracciones equivalentes.

Fracción	Respuesta	Fracción	Respuesta	Fracción	Respuesta	Fracción	Respuesta
1. $\frac{98}{147}$	$\frac{2}{3}$	2. $\frac{273}{637}$	$\frac{3}{7}$	3. $\frac{273}{637}$	$\frac{4}{5}$	4. $\frac{285}{513}$	$\frac{5}{9}$

5. $\frac{252}{441}$	$\frac{4}{7}$	6. $\frac{623}{979}$	$\frac{7}{11}$	7. $\frac{370}{444}$	$\frac{5}{6}$	8. $\frac{2002}{5005}$	$\frac{2}{5}$

Operaciones con fraccionarios (propiedades)

a. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	Si $\quad ad = bc$	b. $\frac{ad}{bd} = \frac{a}{b}$	Simplificación
c. $\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$	Fracción negativa	d. $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$	Suma y resta
e. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$	Multiplicación	f. $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$	División

Tipos de fracciones

Propias: Cuando el numerador es menor que el denominador. Su valor está comprendido entre cero y uno.

Ejemplo: $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{9}{11},$

Impropias: cuando el numerador es mayor o igual que el denominador. Su valor es mayor o igual a uno.

Ejemplo: $\frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{11}{9}, \frac{5}{5}$

Mixta: cuando está compuesta de una parte entera y otra fraccionaria.

Ejemplo: $3\frac{2}{5}, 1\frac{3}{7}, 5\frac{9}{11}$

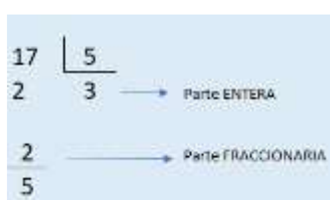
Para pasar un número mixto a una fracción impropia se procede de la siguiente manera:

a. Se deja el mismo denominador
b. El numerador se obtiene de la suma del producto del entero por el denominador más el numerador, del número mixto.

Ejemplo:

$$3\frac{2}{5} = \frac{(3 \cdot 5) + 2}{5} = \frac{17}{5}$$

La fracción mixta se obtuvo de:



a. Dividir el numerador por el denominador
b. El cociente es la parte ENTERA de la fracción mixta
c. El residuo es el numerador de la parte FRACCIONARIA

d. El divisor=denominador, sigue siendo el denominador de la fracción mixta.

Repaso de las operaciones con fraccionarios.

Suma y resta de fraccionarios: En la suma y resta de fraccionarios se pueden presentar dos tipos de operaciones, cuando tienen el mismo denominador y cuando su denominador es diferente.

- **Suma o resta con el mismo denominador**: En este caso se suman o restan los numeradores según el caso y se pone el mismo denominador.

  Ejemplos:

Con el mismo denominador	
sumas	**Restas**
$\frac{5}{3}+\frac{4}{3}=\frac{5+4}{3}=\frac{8}{3}$	$\frac{5}{3}-\frac{4}{3}=\frac{5-4}{3}=\frac{1}{3}$
$\frac{11}{15}+\frac{16}{15}=\frac{11+16}{15}=\frac{27}{15}=\frac{9}{5}$	$\frac{11}{15}-\frac{16}{15}=\frac{11-16}{15}=\frac{-5}{15}=\frac{-1}{3}=-\frac{1}{3}$
$\frac{3}{11}+\frac{7}{11}+\frac{12}{11}=\frac{3+7+12}{11}=\frac{22}{11}=2$	$\frac{3}{11}+\frac{7}{11}-\frac{12}{11}=\frac{3+7-12}{11}=\ \frac{2}{11}$

- **Suma o resta con distinto denominador**: Cuando los fraccionarios tienen distinto denominador se puede hacer los siguiente.

  Para la suma o resta de dos fraccionarios, con denominadores pequeños (menores que 10), se recomienda aplicar esta propiedad

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}$$

Ejemplo:

$$\frac{5}{3}\pm\frac{4}{5}=\frac{25\pm 12}{15}$$

Con distinto denominador	
sumas	**Restas**
$\frac{5}{3}+\frac{4}{5}=\frac{25+12}{15}=\frac{37}{15}$	$\frac{5}{3}-\frac{4}{5}=\frac{25-12}{15}=\frac{13}{15}$
$\frac{11}{7}+\frac{16}{3}=\frac{33+112}{21}=\frac{145}{21}$	$\frac{11}{7}-\frac{16}{3}=\frac{33-112}{21}=-\frac{79}{21}$
$\frac{3}{4}+\frac{7}{5}=\frac{15+28}{20}=\frac{43}{20}$	$\frac{3}{4}-\frac{7}{5}=\frac{15-28}{20}=-\frac{13}{20}$

Para la suma o resta de dos fraccionarios, con denominadores grandes (mayores que 10), se recomienda encontrar el común denominador (M.C.M) entre los denominadores y hacer lo siguiente:

a. Determinar el M.C.M de los denominadores.
b. Dividir el M.C.M encontrado por el denominador del primer fraccionario.
c. Multiplicar resultado encontrado en el literal *b* por el numerador del primer fraccionario.

   Se repite el mismo procedimiento para cada uno de los demás fraccionarios.

Ejemplo:

$$\frac{7}{12}+\frac{1}{6}-\frac{5}{24}=\frac{(2\cdot 7)+(4\cdot 1)+(1\cdot 5)}{24}=\frac{14+4+5}{24}=\frac{23}{24}$$

×   ÷

a. Hallar el M.C.M de los denominadores. $M.C.M_{\,(12,6,24)}=2^3\cdot 3=24$

12	6	24	2
3	3	6	2
3	3	3	3
1	1	1	

$M.C.M_{\,(12,6,24)}=2^3\cdot 3$

b. Dividir el M.C.M encontrado por el denominador del primer fraccionario.
   $24 \div 12 = 2$
c. Multiplicar resultado encontrado en el literal b por el numerador del primer fraccionario.
   $2 \cdot 7 = 14$
   Este procedimiento se repite para cada uno de los demás fraccionarios

Sumas y restas de fracciones mixtas

Para sumar o restar fracciones mixtas, lo más conveniente es convertirlas en fracciones impropias y realizar las sumas o restas como se indicó anteriormente.

Ejemplo:

Suma	Resta
$3\frac{2}{5} + 6\frac{1}{3} = \frac{17}{5} + \frac{19}{3} = \frac{51+95}{15} = \frac{146}{15}$	$3\frac{2}{5} - 6\frac{1}{3} = \frac{17}{5} - \frac{19}{3} = \frac{51-95}{15} = -\frac{44}{15}$

Sin embargo, de carácter informativo también se puede:

a. Sumar o restar la parte entera
b. Sumar o restar la parte fraccionaria
c. Sumar el resultado de *a* más el de *b* y sumárselo a la parte entera.

Ejemplo:

Suma	Resta
$3\frac{2}{5} + 6\frac{1}{3} = (3+6) + (\frac{2}{5} + \frac{1}{3})$ $= (9) + (\frac{11}{15})$ $= \frac{135+11}{15}$ $= \frac{146}{15}$	$3\frac{2}{5} - 6\frac{1}{3} = (3-6) + (\frac{2}{5} - \frac{1}{3})$ $= (-3) + (\frac{1}{15})$ $= \frac{-45+1}{15}$ $= -\frac{44}{15}$

Multiplicación de fraccionarios: Para multiplicar fraccionarios, se multiplican numeradores y denominadores entre sí.
Se aplica la siguiente propiedad:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{7}{12} \cdot \frac{5}{6} = \frac{35}{72}$$

División de fraccionarios: Se multiplica el numerador del primer fraccionario, por el denominador del segundo fraccionario (será el numerador) y el denominador del primero por el numerador del segundo (será el denominador). En conclusión, se multiplican en cruz.
Se aplica la siguiente propiedad:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{7}{12} \div \frac{5}{6} = \frac{(7 \cdot 6)}{(12 \cdot 5)} = \frac{42}{60} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$

Ejercicios de aplicación:

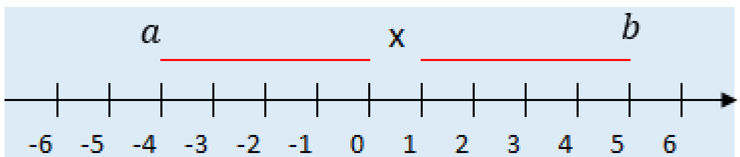
a. La población de un pequeño pueblo disminuyó de 1 750 a 1 700 habitantes. ¿Cuál es el porcentaje de decrecimiento?
R/. $\frac{1750-1700}{1750} \cong 0.0285714 = 0.0285714 \times 100\% = 2.86\%$

b. El salario por hora de trabajo de un estudiante se elevó de 5.25 dólares a 5.75. ¿Cuál es el porcentaje de incremento?
R/. $\frac{5.25-5.75}{5.25} \cong 0.952381 = 0.952381 \times 100\% = 9.52\%$

c. ¿Cuál es el descuento y el precio de oferta de un balón de volibol si el precio normal es de $28,60 y hay 25% de descuento?
$Descuento = \$28.6 \times 0.25 = \$7.15$
$Precio\ Oferta = \$28.6 \times 0.75 = \$21.45$

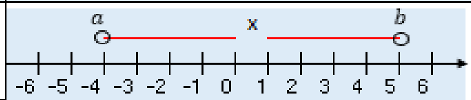
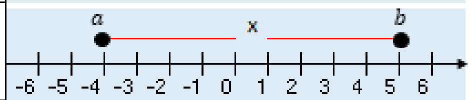
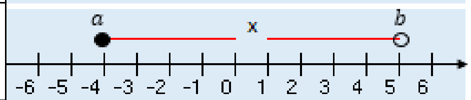
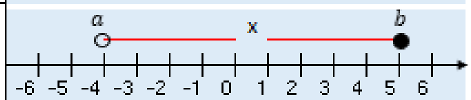
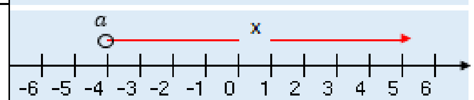
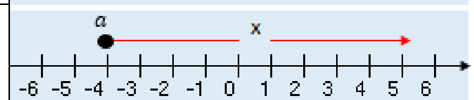
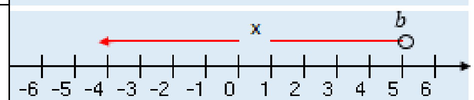
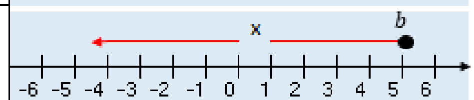
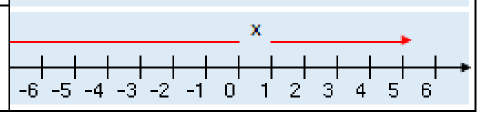
LA RECTA NUMÉRICA

Los números reales están ordenados de menor a mayor, de izquierda a derecha en lo que se conoce como la recta numérica. Decimos que $a < x < b$, siempre y cuando $x - a$ y $b - x$ son números positivos. Geométricamente quiere decir que todos los números que se ubiquen a la izquierda de un punto de referencia cualquiera, serán menores que los que se ubique a la derecha.
De la gráfica de la recta numérica se puede concluir que $a < x$ y que $x < b$, por lo que $x < b$.



$a < x < b$

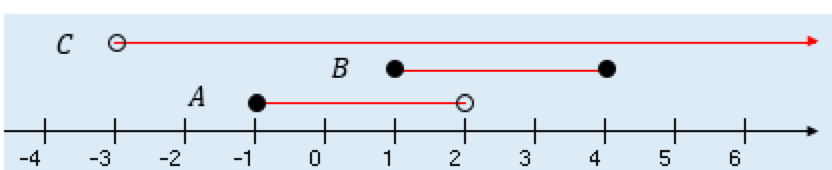
Conjuntos e intervalos: Un conjunto colección o agrupación de objetos con una característica determinada y estos objetos se denominan **elementos** del conjunto. Si S es un conjunto, la notación $a \in S$, significa que a es un elemento que pertenece a S y $b \notin S$, quiere decir que b no es un elemento de S.
Ciertos conjuntos de números reales, llamados **intervalos**, se presentan con mucha frecuencia en el cálculo y corresponden geométricamente a segmentos lineales.
Existen intervalos **abiertos** que se denotan con ( ), lo que significa que para el intervalo $a < b$ es un intervalo abierto y se denota por (a, b) y por tanto son los valores comprendidos entre a y b, pero sin incluirlos.
Los intervalos **cerrados** se denotan con [ ], lo que significa que para el intervalo $a \leq b$ es un intervalo cerrado y se denota por $[a, b\,]$ y por tanto son los valores comprendidos entre a y b, pero los incluye. Los intervalos pueden incluir sólo punto un extremo, o se podrían prolongar hasta el infinito en una dirección o en ambas direcciones. A continuación, se ilustran los tipos posible de intervalos.

Notación	Descripción del conjunto	Gráfica
(a, b)	$\{x \mid a < x < b\}$	
$[a, b]$	$\{x \mid a \leq x \leq b\}$	
$[a, b)$	$\{x \mid a \leq x < b\}$	
$(a, b]$	$\{x \mid a < x \leq b\}$	
(a, ∞)	$\{x \mid a < x\}$	
$[a, \infty)$	$\{x \mid a \leq x\}$	
$(-\infty, b)$	$\{x \mid x < b\}$	
$(-\infty, b]$	$\{x \mid x < b\}$	
$(-\infty, \infty)$	$\mathbb{R}\left(\begin{matrix} \textit{conjunto de todos los} \\ \textit{números reales} \end{matrix}\right)$	

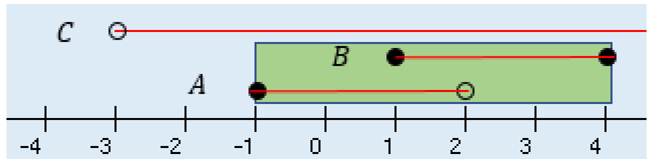
Unión e Intersección de intervalos.

Unión de intervalos: Corresponde a todos los elementos que pertenece a los intervalos de referencia.

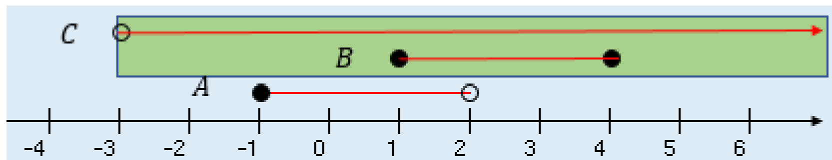
Ejemplo: Sea $A = [-1, 2)$, $B = [1, 4]$ y $C = (-3; \infty)$



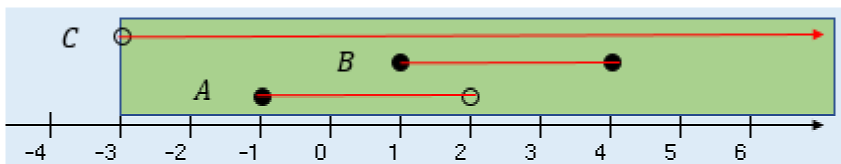
Hallar: $A \cup B$, $B \cup C$, $A \cup C$ y $A \cup B \cup C$



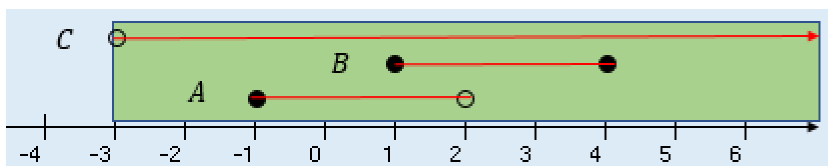
$A \cup B = [-1, 4]$



$B \cup C = (-3, \infty)$



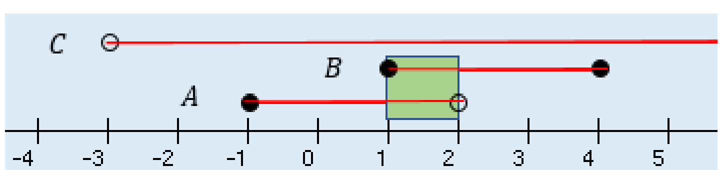
$A \cup C = (-3, \infty)$



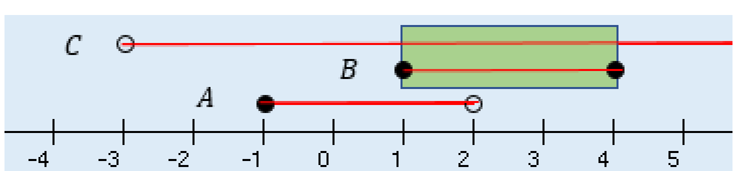
$A \cup B \cup C = (-3, \infty)$

Intersección de Intervalos: Corresponde SÓLO a los elementos comunes a los intervalos de referencia.

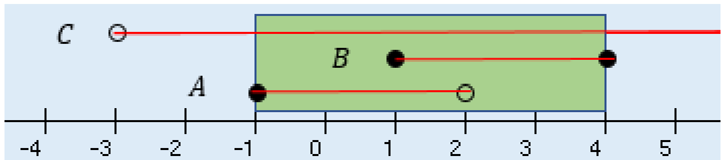
Ejemplo: Hallar las intersecciones de los intervalos anteriores.



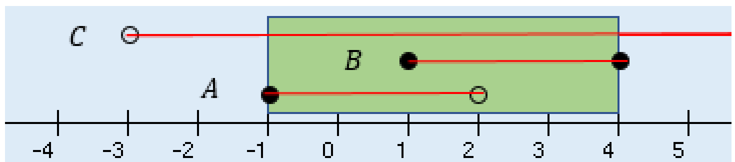
$A \cap B = [1, 2)$



$B \cap C = [1, 4]$



$A \cap C = [-1, 4]$



$A \cap B \cap C = [-1, 4]$

Ejercicio propuesto: Exprese los ejercicios anteriores y sus respuestas en forma de desigualdad.

Valor absoluto y distancia

El valor absoluto de un número a, denotado por $|a|$, es la distancia desde a hasta 0 sobre la recta de los números reales. La distancia es siempre positiva o cero, de modo que tenemos para cada número a $|a| \geq 0$. Tenga en cuenta que $-a$ es cuando a es negativa.
Exponentes y radicales

Definición de Valor Absoluto
Si a es un número real, entonces el valor absoluto de a es

$$|a| \left\{ \begin{matrix} a, si\ a \geq 0 \\ -a, si\ a < 0 \end{matrix} \right\}$$

Ejemplos
Determine el valor absoluto de

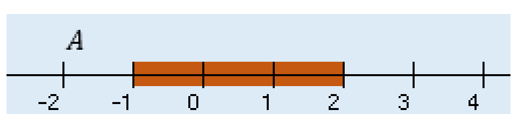
a. $|3| = 3$
b. $|-3| = -(-3) = 3$
c. $|0| = 0$
d. $|3 - \pi| = -(3 - \pi) = \pi - 3$

Propiedades del valor absoluto		
Propiedad	Ejemplo	Descripción
1. $\lvert a \rvert \geq 0$	$\lvert -3 \rvert \geq 3$	El valor absoluto de un número siempre es positivo o cero.
2. $\lvert a \rvert = \lvert -a \rvert$	$\lvert 5 \rvert = \lvert -5 \rvert$	Un número y su negativo tienen el mismo valora absoluto.
3. $\lvert a \cdot b \rvert = \lvert a \rvert \cdot \lvert b \rvert$	$\lvert -2 \cdot 5 \rvert = \lvert -5 \rvert \cdot \lvert 5 \rvert$	El valor absoluto de un producto es igual al producto de los valores absolutos.
4. $\left\lvert \frac{a}{b} \right\rvert = \frac{\lvert a \rvert}{\lvert b \rvert}$	$\left\lvert \frac{12}{-3} \right\rvert = \frac{\lvert 12 \rvert}{\lvert -3 \rvert}$	El valor absoluto de un cociente es igual cociente de los valores absolutos.

Distancia entre puntos de la línea recta
Si a y b son números reales, entonces la distancia entre los puntos a y b en la recta numérica es. $$d_{(a,b)} = \lvert b - a \rvert$$

Ejemplos: Hallar la distancia para los siguientes intervalos

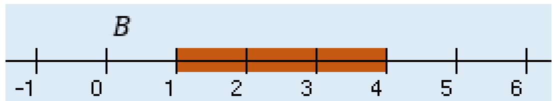
a. $A = [-1, 2)$



$$d_{(-1,2)} = \lvert 2-(-1) \rvert = \lvert 3 \rvert = 3$$

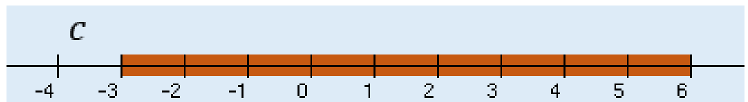
b. $B = [1, 4]$

$d_{(1,4)} = |4-1| = |3| = 3$



c. $C = (-3, 6)$

$d_{(-3,6)} = |6-(-3)| = |9| = 9$



EXPONENTES Y RADICALES

Exponentes: Si *a* es un número real cualquiera y n es un entero positivo, entonces la potencia n-ésima de *a* es

a^n

$n = exponente$

n factores, significa cuantas veces se multiplica la base por sí misma.

$a = Base$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots\ldots a}_{\text{n factores}}$$

Propiedades de los exponentes		
Propiedad	Ejemplo	Descripción
1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$	Para multiplicar potencias que tienen la misma base, se suman los exponentes.
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2$	Para dividir potencias que tienen la misma base, se restan los exponentes.
3. $(a^m)^n$	$(3^2)^5 = 3^{10}$	Para elevar una potencia a una potencia, se multiplican los exponentes.

Propiedades de los exponentes		
Propiedad	Ejemplo	Descripción
4. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2$	Para elevar un producto a una potencia, se eleva cada factor a la potencia.
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2}$	Para elevar un cociente a una potencia, se eleva el numerador y el denominador a la potencia.
6. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$	Para elevar una fracción a una potencia negativa, se invierte la fracción y se cambia el signo al exponente.
7. $\frac{a^{-n}}{b^{-m}} = \frac{b^m}{a^n}$	$\frac{3^{-2}}{4^{-5}} = \frac{4^5}{3^2}$	Para pasar un número elevado a una potencia desde el numerador al denominador o viceversa, se cambia el signo del exponente.

Radicales: La expresión $\sqrt[n]{x^m}$ que representa la raíz *n*-ésima principal de *x* se llama radical, el entero *n* es el índice del radical y el número real *x* se llama radicando, con un exponente *m*. Si el índice *n* es 2, normalmente se omite del radical.

Para convertir exponentes en radicales y radicales en exponentes, tener en cuenta los siguiente:

Expresión en Radicales	Expresión en Exponentes
$\sqrt[n]{x^m}$	$x^{m/n}$

Ejemplos:

a. $\sqrt{125} = \sqrt{5^2 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$	b. $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$
c. $\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{-2^5} = -2$	d. $\sqrt[4]{\frac{1}{81}} = \frac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{1}{3}$

Bibliografía

BALDOR, Aurelio. Álgebra. Cultura Centroamericana, S.A. de C.V. México D.F.640p. ISBN 84-357-0079-8