UNIDAD DIDÁCTICA DE MATEMÁTICAS – PRIMER PERíODO- GRADO 11°

TEMAS: Números y la recta real, desigualdades, intervalos inecuaciones y valor absoluto, conjuntos

Conocimientos previos:

Operaciones con números racionales e irracionales, ubicar números reales en la recta real.

Serán trabajados en un tiempo de diez semanas.

El libro de referencia: Álgebra y trigonometría, Sullivan, novena edición.

Libro de apoyo.

https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/01/matematicas-11c2ba-vamos-a-aprender.pdf

Se pueden apoyar en los videos propuestos, como material de estudio.

OBJETIVOS:

Realizar operaciones entre conjuntos.
Identificar y representar intervalos.
Expresar la solución de un intervalo.
Resolver inecuaciones aplicando las propiedades.
Aplicar las definiciones del valor absoluto para resolver las desigualdades.

CONTENIDOS DE APRENDIZAJE:

- Repaso de geometría, área y perímetro de algunas figuras planas, volumen y área superficial de algunos cuerpos geométricos.
- Números reales y la recta real
- Solución de desigualdades.
- Propiedad de desigualdades.
- Ecuaciones y desigualdades con valor absoluto.
- Aplicaciones.

Repaso, geometría.

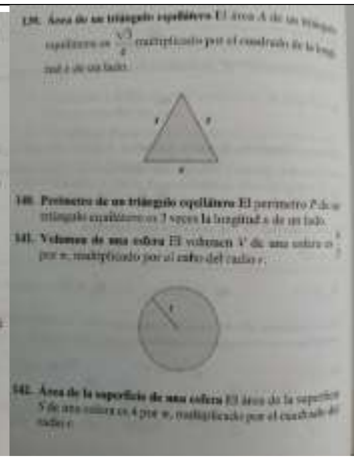
Taller N°1

135. Área de un rectángulo

136. Perímetro de un rectángulo

137. Circunferencia de un círculo

138. Área de un triángulo

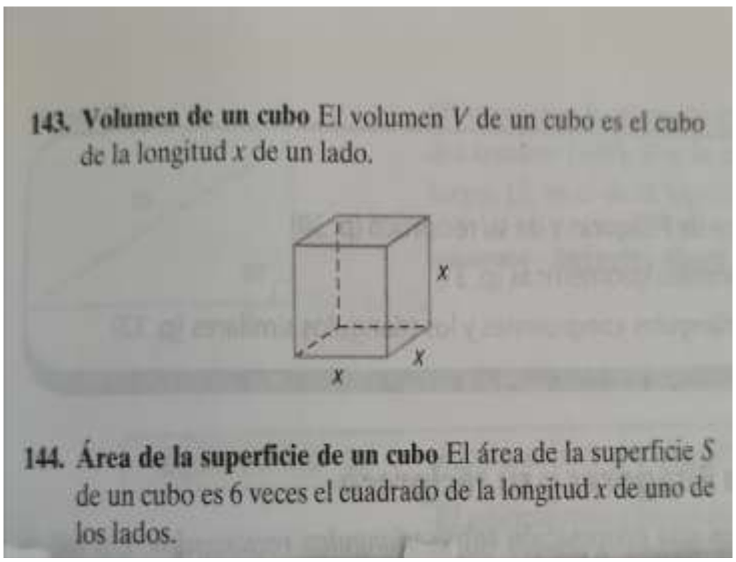


139. Área de un triángulo equilátero

140. Perímetro de un triángulo equilátero

141. Volumen de una esfera

142. Área de la superficie de una esfera



143. Volumen de un cubo El volumen V de un cubo es el cubo de la longitud x de un lado.

144. Área de la superficie de un cubo El área de la superficie S de un cubo es 6 veces el cuadrado de la longitud x de uno de los lados.

Actividad de apoyo: Taller

Ejercicios

En los problemas 11–16, se dan las longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo. Encuentra la hipotenusa.

11. $a = 5,\ b = 12$ **12.** $a = 6,\ b = 8$ **13.** $a = 10,\ b = 24$

14. $a = 4,\ b = 3$ **15.** $a = 7,\ b = 24$ **16.** $a = 14,\ b = 48$

En los problemas 17–24, se dan las longitudes de los lados de un triángulo. Determina cuáles son triángulos rectángulos. Para los que lo sean, identifica la hipotenusa.

17. 3,4,5 **18.** 6,8,10 **19.** 4,5,6 **20.** 2,2,3

21. 7,24,25 **22.** 10,24,26 **23.** 6,4,3 **24.** 5,4,7

25. Encuentra el área A de un rectángulo de 4 pulgadas de largo y 2 pulgadas de ancho.

26. Encuentra el área A de un rectángulo de 9 centímetros de largo y 4 centímetros de ancho.

27. Encuentra el área A de un triángulo de 4 pulgadas de altura y 2 pulgadas de base.

28. Encuentra el área A de un triángulo de 9 centímetros de altura y 4 centímetros de base.

29. Encuentra el área A y la circunferencia C de un círculo de 3 metros de radio.

30. Encuentra el área A y la circunferencia C de un círculo de 2 pies de radio.

31. Encuentra el volumen V y el área de la superficie S de una caja rectangular con 8 pies de largo, 4 pies de ancho y 7 pies de a...

32. Encuentra el volumen V y el área de la superficie S de una caja rectangular con 9 pulgadas de largo, 4 pulgadas de anch... pulgadas de altura.

33. Encuentra el volumen V y el área de la superficie S de una esfera de 4 centímetros de radio.

34. Encuentra el volumen V y el área de la superficie S de una esfera de 3 pies de radio.

35. Encuentra el volumen V y el área de la superficie S de un cilindro circular recto de 9 pulgadas de radio y 8 pulgadas de a...

36. Encuentra el volumen V y el área de la superficie S de un cilindro circular recto de 8 pulgadas de radio y 9 pulgadas de a...

Desigualdades

En el álgebra, algunos problemas originan **desigualdades** en lugar de ecuaciones. Una desigualdad es similar a una ecuación, sólo que en lugar de tener un signo de igual hay uno de los símbolos $<$, $>$, $\leq$ o $\geq$. Aquí está un ejemplo de una desigualdad:

$$4x + 7 \leq 19$$

Resolver una desigualdad que contiene una variable quiere decir determinar todos los valores de la variable que hacen que la desigualdad sea verdadera. Al contrario que en una ecuación, una desigualdad por lo general tiene infinitas soluciones, las cuales forman un intervalo o una unión de intervalos en la recta de los números reales. La ilustración que sigue muestra cómo una desigualdad difiere de su ecuación correspondiente:

		Solución	Gráfica
Ecuación:	$4x + 7 = 19$	$x = 3$	
Desigualdad:	$4x + 7 \leq 19$	$x \leq 3$	

Para resolver desigualdades, aplicamos las reglas siguientes para aislar la variable a un lado del signo de la desigualdad. Estas reglas indican cuándo dos desigualdades son *equivalentes* (el símbolo $\Leftrightarrow$ significa "equivale a"). En estas reglas, los símbolos A, B y C son números reales o expresiones algebraicas. Aquí establecemos las reglas para desigualdades que contienen el símbolo $\leq$, pero se aplican a los cuatro símbolos de desigualdad.

Reglas de las desigualdades

Regla	Descripción
1. $A \leq B \quad \Leftrightarrow \quad A + C \leq B + C$	**Sumar** la misma cantidad a cada miembro de una desigualdad da una desigualdad equivalente.
2. $A \leq B \quad \Leftrightarrow \quad A - C \leq B - C$	**Restar** la misma cantidad de ambos miembros de una desigualdad da una desigualdad equivalente.
3. Si $C > 0$, entonces $A \leq B \quad \Leftrightarrow \quad CA \leq CB$	**Multiplicar** cada miembro de una desigualdad por la misma cantidad *positiva* da una desigualdad equivalente.
4. Si $C < 0$, entonces $A \leq B \quad \Leftrightarrow \quad CA \geq CB$	**Multiplicar** ambos miembros de una desigualdad por la misma cantidad *negativa invierte la dirección* de la desigualdad.
5. Si $A > 0$ y $B > 0$, entonces $A \leq B \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{1}{A} \geq \dfrac{1}{B}$	**Obtener los recíprocos** de ambos miembros de una desigualdad que contiene cantidades *positivas invierte la dirección* de la desigualdad.
6. Si $A \leq B$ y $C \leq D$, entonces $A + C \leq B + D$	Las desigualdades se pueden sumar.

Desigualdades lineales

Una desigualdad es **lineal** si cada término es constante o es un múltiplo de la variable.

Ejemplo 1 Resolución de una desigualdad lineal

Resuelva la desigualdad $3x < 9x + 4$ y grafique el conjunto solución.

Solución

$3x < 9x + 4$	
$3x - 9x < 9x + 4 - 9x$	Sustracción de $9x$
$-6x < 4$	Simplificación
$\left(-\frac{1}{6}\right)(-6x) > \left(-\frac{1}{6}\right)(4)$	Multiplicación por $-\frac{1}{6}$ (o división entre -6)
$x > -\frac{2}{3}$	Simplificación

La multiplicación por el número $-\frac{1}{6}$ *invierte* la dirección de la desigualdad.

Figura 1

El conjunto solución consta de todos los números mayores que $-\frac{2}{3}$. En otras palabras, la solución de la desigualdad es el intervalo $\left(-\frac{2}{3}, \infty\right)$. La gráfica se ilustra en la figura 1. ■

Ejemplo 2 Resolución de un par de desigualdades simultáneas

Resuelva las desigualdades $4 \leq 3x - 2 < 13$.

Solución El conjunto solución consiste en todos los valores de x que cumplen tanto la desigualdad $4 \leq 3x - 2$ y $3x - 2 < 13$. Aplicando las reglas 1 y 3, vemos que las desigualdades siguientes son equivalentes:

$$4 \leq 3x - 2 < 13$$

$$6 \leq 3x < 15 \qquad \text{Suma de 2}$$

$$2 \leq x < 5 \qquad \text{División entre 3}$$

Por lo tanto, el conjunto solución es $[2, 5)$, como se ilustra en la figura 2. ■

Figura 2

Ejemplo 3 Una desigualdad cuadrática

Resuelva la desigualdad $x^2 - 5x + 6 \leq 0$.

Solución Primero factorizamos el primer miembro.

$$(x - 2)(x - 3) \leq 0$$

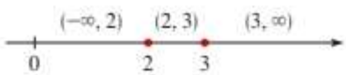


Figura 3

Sabemos que la ecuación correspondiente $(x - 2)(x - 3) = 0$ tiene las soluciones 2 y 3. Como se ilustra en la figura 3, los números 2 y 3 dividen la recta de los números reales en tres intervalos: $(-\infty, 2)$, $(2, 3)$ y $(3, \infty)$. Determinamos los signos de los factores usando **valores de prueba** en cada uno de estos intervalos. Elegimos un número dentro de cada intervalo y comprobamos el signo de los factores $x - 2$ y $x - 3$ en el valor seleccionado. Por ejemplo, si usamos el valor de prueba $x = 1$ para el intervalo $(-\infty, 2)$ mostrado en la figura 4, entonces la sustitución en los factores $x - 2$ y $x - 3$ da

$$x - 2 = 1 - 2 = -1 < 0$$

y

$$x - 3 = 1 - 3 = -2 < 0$$

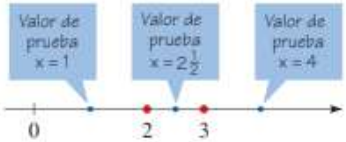


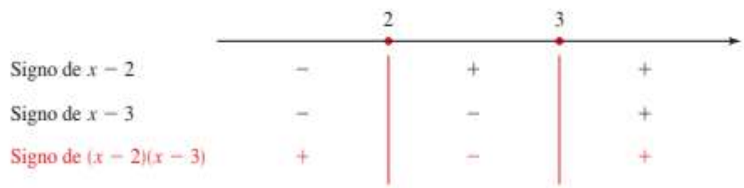
Figura 4

Ambos factores son negativos en este intervalo. (Los factores $x - 2$ y $x - 3$ cambian de signo sólo en 2 y en 3, respectivamente, de modo que conservan sus signos en cada intervalo. Ésta es la razón de que usar un solo valor de prueba en cada intervalo es suficiente.)

La siguiente tabla de signos se elaboró usando los valores de prueba $x = 2\frac{1}{2}$ y $x = 4$ para los intervalos $(2, 3)$ y $(3, \infty)$ (véase la figura 4), respectivamente. El renglón final es el producto de dos factores.

Intervalo	$(-\infty, 2)$	$(2, 3)$	$(3, \infty)$
Signo de $x - 2$	$-$	$+$	$+$
Signo de $x - 3$	$-$	$-$	$+$
Signo de $(x - 2)(x - 3)$	$+$	$-$	$+$

Si lo prefiere, puede representar esta información sobre una recta numérica, como en el siguiente diagrama de signos. Las líneas verticales indican los puntos en los cuales la recta de los números reales se divide en intervalos:



De acuerdo con la tabla o con el diagrama vemos que $(x - 2)(x - 3)$ es negativo en el intervalo $(2, 3)$. Por consiguiente, la solución de la desigualdad $(x - 2)(x - 3) \leq 0$ es

$$\{x \mid 2 \leq x \leq 3\} = [2, 3]$$

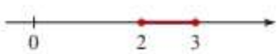


Figura 5

Están incluidos los extremos 2 y 3 porque buscamos valores de x tales que el producto es menor que o *igual a* cero. La solución se ilustra en la figura 5. ■

Criterios para resolver desigualdades no lineales

1. **Pase todos los términos a un miembro.** Si es necesario, vuelva a escribir la desigualdad de modo que todos los términos no cero aparezcan a un lado del signo de la desigualdad. Si el lado no cero de la desigualdad contiene cocientes, busque un denominador común.
2. **Factorice.** Factorice el miembro no cero de la desigualdad.
3. **Determine los intervalos.** Calcule los valores para los cuales cada factor es cero. Estos números dividirán la recta numérica en intervalos. Liste los intervalos determinados por medio de estos números.
4. **Elabore una tabla o diagrama.** Utilice los valores de prueba para construir una tabla o un diagrama de los signos de cada factor en cada intervalo. En el último renglón de la tabla determine el signo del producto o cociente de estos factores.
5. **Resuelva.** Determine la solución de la desigualdad a partir del último renglón de la tabla de signos. Compruebe si alguno de los extremos de los intervalos cumplen con la desigualdad, lo cual es válido si la desigualdad contiene $\leq$ o $\geq$).

Es tentador multiplicar ambos miembros de la desigualdad por $1 - x$ (como se haría si ésta fuera una *ecuación*). Esto no funciona porque no sabemos si $1 - x$ es positivo o negativo, de modo que no podemos decir si la desigualdad necesita ser invertida. (Véase el ejercicio 110.)

Ejemplo 4 Una desigualdad que contiene un cociente

Resuelva: $\dfrac{1+x}{1-x} \geq 1$

Solución Primero pasamos todos los términos no cero al lado izquierdo, y luego simplificamos usando un denominador común.

Pase los términos a un lado

$$\frac{1+x}{1-x} \geq 1$$

$$\frac{1+x}{1-x} - 1 \geq 0 \qquad \text{Resta de 1 para pasar todos los términos al primer miembro}$$

$$\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1-x} \geq 0 \qquad \text{Denominador común } 1-x$$

$$\frac{1+x-1+x}{1-x} \geq 0 \qquad \text{Combinación de las fracciones}$$

$$\frac{2x}{1-x} \geq 0 \qquad \text{Simplificación}$$

El numerador es cero cuando $x = 0$ y el denominador es cero cuando $x = 1$, de modo que elaboramos el siguiente diagrama de signos usando los valores para definir intervalos en la recta numérica.

Elabore un diagrama

	$(-\infty, 0)$	0	$(0, 1)$	1	$(1, \infty)$
Signo de $2x$	$-$		$+$		$+$
Signo de $1 - x$	$+$		$+$		$-$
Signo de $\dfrac{2x}{1-x}$	$-$		$+$		$-$

Resuelva

A partir del diagrama vemos que la solución es $\{x \mid 0 \le x < 1\} = [0, 1)$. Está incluido el extremo 0 porque la desigualdad original requiere que el cociente sea mayor que o *igual a* 1. No obstante, no incluimos el otro extremo porque el cociente de la desigualdad no está definido en 1. Compruebe siempre los extremos de los intervalos de solución para determinar si cumplen la desigualdad original.

El conjunto solución $[0, 1)$ se ilustra en la figura 6. ■

Figura 6

Ejemplo 5 Resolución de una desigualdad con tres factores

Resuelva la desigualdad $x < \dfrac{2}{x-1}$.

Solución Después de pasar todos los términos no cero a un lado de la desigualdad, utilizamos un común denominador para combinar los términos.

Pase los términos a un lado

$$x - \frac{2}{x-1} < 0 \qquad \text{Resta de } \frac{2}{x-1}$$

$$\frac{x(x-1)}{x-1} - \frac{2}{x-1} < 0 \qquad \text{Común denominador } x - 1$$

$$\frac{x^2 - x - 2}{x-1} < 0 \qquad \text{Combinación de fracciones}$$

Factorice

$$\frac{(x+1)(x-2)}{x-1} < 0 \qquad \text{Factorización del numerador}$$

Determine los intervalos

Los factores en este cociente cambian de signo en -1, 1 y 2, de modo que debemos examinar los intervalos $(-\infty, -1)$, $(-1, 1)$, $(1, 2)$ y $(2, \infty)$. Al usar los valores de prueba, obtenemos el siguiente diagrama de signos.

Elabore un diagrama

	$(-\infty, -1)$	-1	$(-1, 1)$	1	$(1, 2)$	2	$(2, \infty)$
Signo de $x + 1$	$-$		$+$		$+$		$+$
Signo de $x - 2$	$-$		$-$		$-$		$+$
Signo de $x - 1$	$-$		$-$		$+$		$+$
Signo de $\dfrac{(x+1)(x-2)}{x-1}$	$-$		$+$		$-$		$+$

Como el cociente debe ser negativo, la solución es

$$(-\infty, -1) \cup (1, 2)$$

como se ilustra en la figura 7. ■

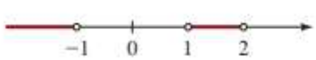


Figura 7

Taller: Desigualdades

¿Qué significa cada una de las siguientes palabras o expresiones: "a lo sumo", "al menos", "máximo", "como mínimo" y "a lo más"

1–6 ■ Sea $S = \{-2, -1, 0, \frac{1}{2}, 1, \sqrt{2}, 2, 4\}$. Determine cuáles elementos de S cumplen con la desigualdad.

1. $3 - 2x \leq \frac{1}{2}$ **2.** $2x - 1 \geq x$

3. $1 < 2x - 4 \leq 7$ **4.** $-2 \leq 3 - x < 2$

5. $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$ **6.** $x^2 + 2 < 4$

7–28 ■ Resuelva la desigualdad lineal. Exprese la solución usando la notación de intervalos y grafique el conjunto solución.

7. $2x - 5 > 3$ **8.** $3x + 11 < 5$

9. $7 - x \geq 5$ **10.** $5 - 3x \leq -16$

11. $2x + 1 < 0$ **12.** $0 < 5 - 2x$

13. $3x + 11 \leq 6x + 8$ **14.** $6 - x \geq 2x + 9$

15. $\frac{1}{2}x - \frac{2}{3} > 2$ **16.** $\frac{2}{5}x + 1 < \frac{1}{5} - 2x$

17. $\frac{1}{3}x + 2 < \frac{1}{6}x - 1$ **18.** $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}x \geq \frac{1}{6} + x$

19. $4 - 3x \leq -(1 + 8x)$ **20.** $2(7x - 3) \leq 12x + 16$

21. $2 \leq x + 5 < 4$ **22.** $5 \leq 3x - 4 \leq 14$

23. $-1 < 2x - 5 < 7$ **24.** $1 < 3x + 4 \leq 16$

25. $-2 < 8 - 2x \leq -1$ **26.** $-3 \leq 3x + 7 \leq \frac{1}{2}$

27. $\frac{1}{6} < \frac{2x - 13}{12} \leq \frac{2}{3}$ **28.** $-\frac{1}{2} \leq \frac{4 - 3x}{5} \leq \frac{1}{4}$

29–62 ■ Resuelva la desigualdad no lineal. Exprese la solución usando la notación de intervalos y grafique el conjunto solución.

29. $(x + 2)(x - 3) < 0$ **30.** $(x - 5)(x + 4) \geq 0$

31. $x(2x + 7) \geq 0$ **32.** $x(2 - 3x) \leq 0$

33. $x^2 - 3x - 18 \leq 0$ **34.** $x^2 + 5x + 6 > 0$

35. $2x^2 + x \geq 1$ **36.** $x^2 < x + 2$

37. $3x^2 - 3x < 2x^2 + 4$ **38.** $5x^2 + 3x \geq 3x^2 + 2$

39. $x^2 > 3(x + 6)$ **40.** $x^2 + 2x > 3$

41. $x^2 < 4$ **42.** $x^2 \geq 9$

43. $-2x^2 \leq 4$

44. $(x + 2)(x - 1)(x - 3) \leq 0$

45. $x^3 - 4x > 0$ **46.** $16x \leq x^3$

47. $\frac{x - 3}{x + 1} \geq 0$ **48.** $\frac{2x + 6}{x - 2} < 0$

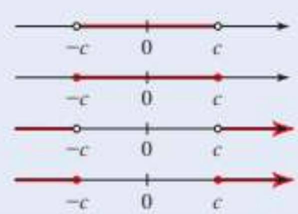
49. $\frac{4x}{2x + 3} > 2$ **50.** $-2 < \frac{x + 1}{x - 3}$

Desigualdades con valores absolutos

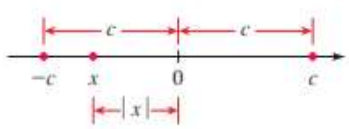
Aplicamos las propiedades siguientes para resolver desigualdades que contienen valores absolutos.

Propiedades de desigualdades con valores absolutos

Desigualdad	Forma equivalente	Gráfica
1. $\lvert x \rvert < c$	$-c < x < c$	
2. $\lvert x \rvert \leq c$	$-c \leq x \leq c$	
3. $\lvert x \rvert > c$	$x < -c$ o $c < x$	
4. $\lvert x \rvert \geq c$	$x \leq -c$ o $c \leq x$	



Estas propiedades se cumplen cuando x se reemplaza por cualquier expresión algebraica. (En la figuras suponemos que $c > 0$.)



Estas propiedades se pueden demostrar usando la definición de valor absoluto. Para demostrar la propiedad 1, por ejemplo, observe que la desigualdad $|x| < c$ establece que la distancia desde x hasta 0 es menor que c, y según la figura 8 usted puede observar que esto es cierto si y sólo si x está entre $-c$ y c.

Ejemplo 6 Resolución de una desigualdad que contiene valor absoluto

Resuelva la desigualdad $|x - 5| < 2$.

Solución 1 La desigualdad $|x - 5| < 2$ equivale a

$$-2 < x - 5 < 2 \qquad \text{Propiedad 1}$$
$$3 < x < 7 \qquad \text{Suma de 5}$$

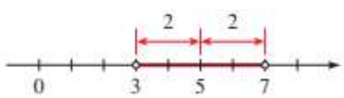


Figura 9

El conjunto solución es el intervalo abierto $(3, 7)$.

Solución 2 Desde el punto de vista geométrico, el conjunto solución consiste en todos los números x cuya distancia desde 5 es menor que 2. Según la figura 9, vemos que es el intervalo $(3, 7)$. ■

Ejemplo 7 Resolución de una desigualdad que contiene valor absoluto

Resuelva la desigualdad $|3x + 2| \geq 4$.

Solución De acuerdo con la propiedad 4 la desigualdad $|3x + 2| \geq 4$ equivale a

$$3x + 2 \geq 4 \qquad \text{o bien} \qquad 3x + 2 \leq -4$$
$$3x \geq 2 \qquad\qquad 3x \leq -6 \qquad \text{Resta de 2}$$
$$x \geq \tfrac{2}{3} \qquad\qquad x \leq -2 \qquad \text{División entre 3}$$

De modo que el conjunto solución es

$$\{x \mid x \leq -2 \quad \text{o bien} \quad x \geq \tfrac{2}{3}\} = (-\infty, -2] \cup [\tfrac{2}{3}, \infty)$$

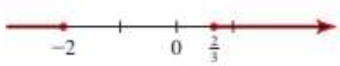


Figura 10

El conjunto se grafica en la figura 10. ■

Modelado con desigualdades

El modelado de problemas de la vida cotidiana da con frecuencia desigualdades porque estamos interesados a menudo en determinar cuándo una cantidad es más o menos que otra.

Ejemplo 8 Boletos para el carnaval

Un carnaval tiene dos planes de boletos.

Plan A: tarifa de entrada de 5 dólares y 25 centavos cada vuelta en los juegos

Plan B: tarifa de entrada de 2 dólares y 50 centavos cada vuelta en los juegos

¿Cuántas vueltas tendría que dar para que el plan A resultara menos caro que el plan B?

Solución Se pide el número de vueltas en los juegos para que el plan A sea menos caro que el plan B. Entonces

$$x = \text{número de vueltas}$$

Identifique la variable

La información en el problema se podría organizar como sigue.

Exprese todas las cantidades desconocidas en términos de la variable

En palabras	En lenguaje algebraico
Número de vueltas	x
Costo con el plan A	$5 + 0.25x$
Costo con el plan B	$2 + 0.50x$

Ahora planteamos el modelo.

Plantee el modelo

$$\text{costo con el plan A} < \text{costo con el plan B}$$

$$5 + 0.25x < 2 + 0.50x$$

$3 + 0.25x < 0.50x$ Resta de 2

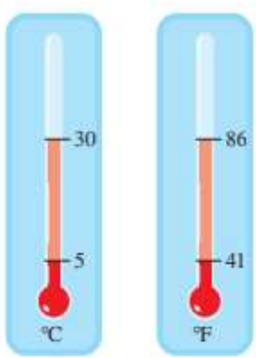
$3 < 0.25x$ Resta de 0.25x

$3 < 0.25x$ Resta de 0.25x

Resuelva

$12 < x$ División entre 0.25

De modo que si planea dar *más de* 12 vueltas, el plan A es menos caro.



Ejemplo 9 Escalas Fahrenheit y Celsius

Las instrucciones en un empaque de película indican que la caja debe conservarse a una temperatura entre 5°C y 30°C. ¿Qué temperaturas corresponden en la escala Fahrenheit?

Solución La relación entre grados Celsius (C) y grados Fahrenheit (F) la da la ecuación $C = \frac{5}{9}(F - 32)$. Al expresar la condición de la caja en términos de desigualdades, tenemos

$$5 < C < 30$$

De modo que las temperaturas Fahrenheit correspondientes cumplen con las desigualdades

$$5 < \tfrac{5}{9}(F - 32) < 30$$

$\frac{9}{5}\cdot 5 < F - 32 < \frac{9}{5}\cdot 30$ Multiplicación por $\frac{9}{5}$

$9 < F - 32 < 54$ Simplificación

$9 + 32 < F < 54 + 32$ Suma de 32

$41 < F < 86$ Simplificación

La película se debe conservar a una temperatura de entre 41 y 86°F. ■

Ejemplo 10 **Boletos para un concierto**

Un grupo de estudiantes decide asistir a un concierto. El costo de contratar a un autobús para que los lleve al concierto es de 450 dólares, lo cual se debe repartir en forma uniforme entre los estudiantes. Los promotores del concierto ofrecen descuentos a grupos que lleguen en autobús. Los boletos cuestan normalmente 50 dólares cada uno, pero se reducen 10 centavos de dólar del precio del boleto por cada persona que vaya en el grupo (hasta la capacidad máxima del autobús). ¿Cuántos estudiantes deben ir en el grupo para que el costo total por estudiante sea menor a 54 dólares?

Solución Se pide determinar el número de estudiantes que debe ir en el grupo. Entonces,

Identifique la variable

$$x = \text{cantidad de estudiantes en el grupo}$$

La información del problema se podría organizar como se indica a continuación.

Exprese todas las cantidades desconocidas en términos de la variable

En palabras	En lenguaje algebraico
Número de estudiantes en el grupo	x
Costo del autobús por estudiante	$\frac{450}{x}$
Costo del boleto por estudiante	$50 - 0.10x$

Ahora planteamos el modelo.

Plantee el modelo

$$\boxed{\text{costo del autobús de cada estudiante}} + \boxed{\text{costo del boleto para cada estudiante}} < \boxed{54}$$

$$\frac{450}{x} + (50 - 0.10x) < 54$$

Resuelva

$$\frac{450}{x} - 4 - 0.10x < 0 \qquad \text{Sustracción de 54}$$

$$\frac{450 - 4x - 0.10x^2}{x} < 0 \qquad \text{Denominador común}$$

$$\frac{4500 - 40x - x^2}{x} < 0 \qquad \text{Multiplicación por 10}$$

$$\frac{(90 + x)(50 - x)}{x} < 0 \qquad \text{Factorización del numerador}$$

		−90		0		50	
Signo de $90 + x$	−		+		+		+
Signo de $50 - x$	+		+		+		−
Signo de x	−		−		+		+
Signo de $\frac{(90 + x)(50 - x)}{x}$	+		−		+		−

El diagrama de signos muestra que la solución de la desigualdad es $(-90, 0) \cup (50, \infty)$. Debido a que no podemos tener un número negativo de estudiantes, se infiere que el grupo debe tener más de 50 estudiantes para que el total del costo por persona sea menor de 54 dólares. ■

Taller: Desigualdades con valor absoluto.

63–76 ■ Resuelva la desigualdad con valor absoluto. Exprese la respuesta usando la notación de intervalos y grafique el conjunto solución.

63. $|x| \leq 4$

64. $|3x| < 15$

65. $|2x| > 7$

66. $\frac{1}{2}|x| \geq 1$

67. $|x - 5| \leq 3$

68. $|x + 1| \geq 1$

69. $|2x - 3| \leq 0.4$

70. $|5x - 2| < 6$

71. $\left|\dfrac{x-2}{3}\right| < 2$

72. $\left|\dfrac{x+1}{2}\right| \geq 4$

73. $|x + 6| < 0.001$

74. $3 - |2x + 4| \leq 1$

75. $8 - |2x - 1| \geq 6$

76. $7|x + 2| + 5 > 4$

77–80 ■ Se proporciona una frase que describe un conjunto de números reales. Exprese la frase como una desigualdad que contiene valores absolutos.

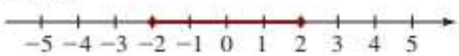
77. Todos los números reales x menores que 3 unidades a partir del 0

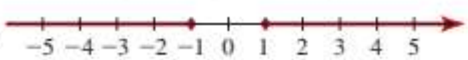
78. Todos los números reales x de más de 2 unidades a partir del 0

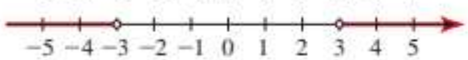
79. Todos los números reales x de por lo menos 5 unidades a partir del 7

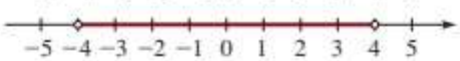
80. Todos los números reales x cuando mucho de 4 unidades a partir del 2

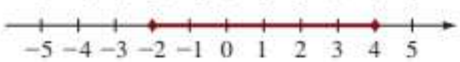
81–86 ■ Está graficado un conjunto de números reales. Encuentre una desigualdad que contenga un valor absoluto que describa el conjunto.

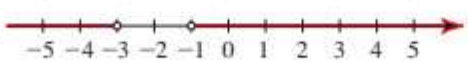
81. 

82. 

83. 

84. 

85. 

86. 

Actividad de apoyo: Taller

1.

Halla el perímetro de las regiones de las Figuras 1.31 y 1.32.

a.

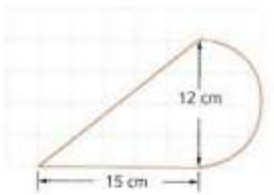


Figura 1.31

b.

Figura 1.32

2.

Determina la desigualdad que se obtiene en cada caso. Dado que $12 > -5$:

a. adiciona -15 a ambos lados de la desigualdad.

b. multiplica por -3 a ambos lados de la desigualdad.

c. divide por $\frac{1}{4}$ a ambos lados de la desigualdad.

3.

Halla tres números que hagan verdadera a cada inecuación.

a. $3 \leq b + 7$

b. $-x + 5 < 3$

c. $a + 3 \geq b - 12$

d. $5b + 1 < -5$

Recursos didácticos- videos

Video: Conjuntos numéricos

https://www.youtube.com/watch?v=x9Pp1rIrYsk

https://www.youtube.com/watch?v=mZmz0Ywz9kg

Video: Conjuntos operaciones

https://www.youtube.com/watch?v=YZRRUFG2UOY

https://www.youtube.com/watch?v=1EbYydBSmPE

https://www.youtube.com/watch?v=cvAIXa5B-hw

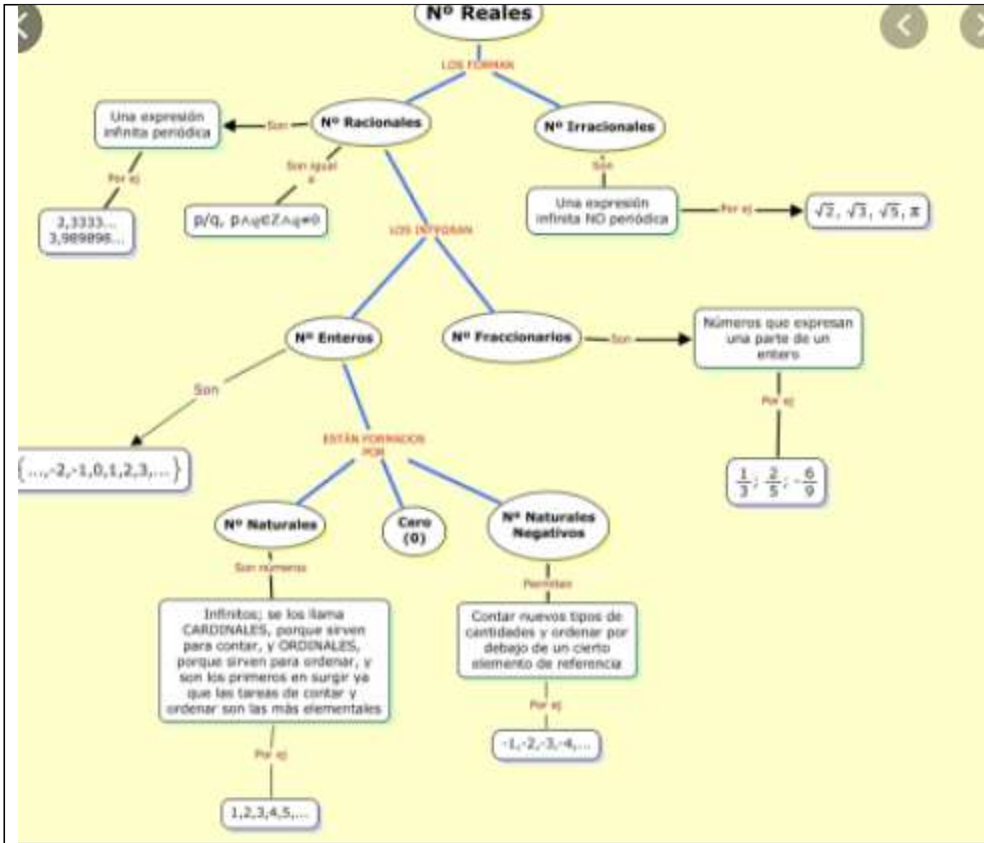
Video: Desigualdades
https://www.youtube.com/watch?v=CkVXbU-PNRs
https://www.youtube.com/watch?v=QX6Qh8dQB1I
https://www.youtube.com/watch?v=KXAUmR9ew0M
https://www.youtube.com/watch?v=QLf7vVb6Wao
https://www.youtube.com/watch?v=_uW4nVdCWzQ
https://www.youtube.com/watch?v=17FQt-9Az5E

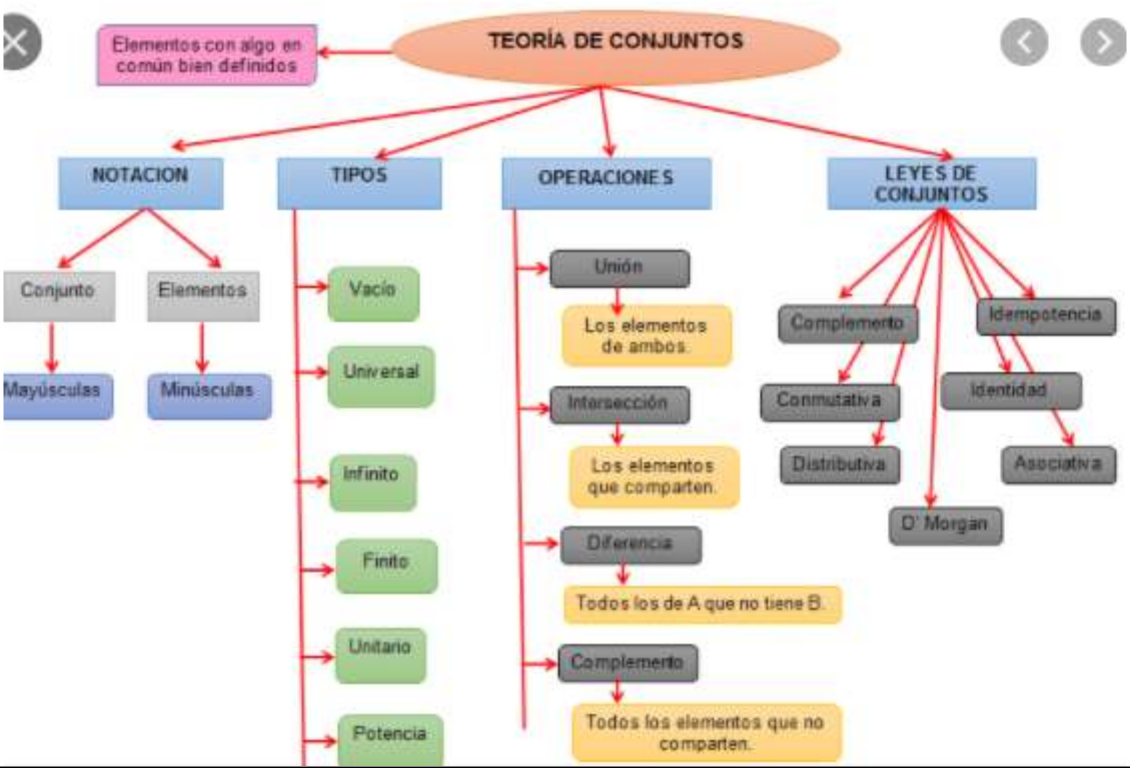
Video: Desigualdades con valor absoluto.
https://www.youtube.com/watch?v=p8NP1YjPY-E
https://www.youtube.com/watch?v=58JOBNfGaDY
https://www.youtube.com/watch?v=58JOBNfGaDY&list=RDCMUCanMxWvOoiwtjLYm08Bo8QQ&start_radio=1&t=16
https://www.youtube.com/watch?v=Bfb0efPKb-0&list=RDCMUCanMxWvOoiwtjLYm08Bo8QQ&index=4

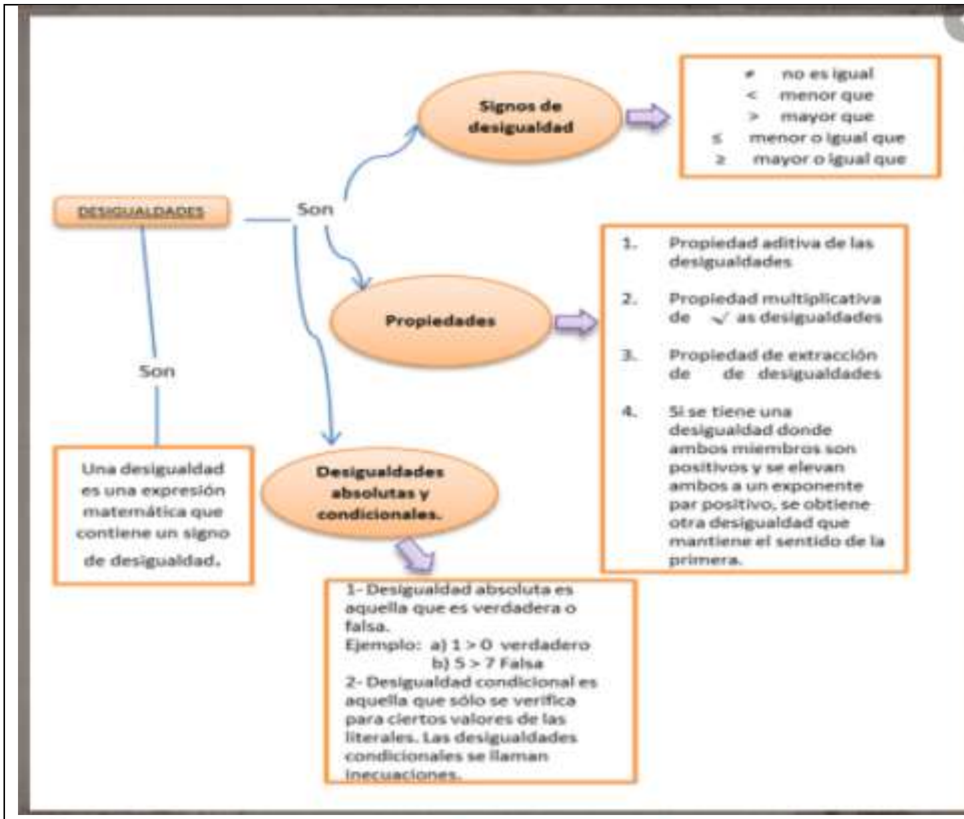
-ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS:
Explicación de los diferentes temas.
Realizaran tareas asignadas, para poder aplicar los conceptos y que ellos tengan rutinas de estudio.
Realizaran un trabajo en equipo sobre temas importantes en matemáticas como tema de consulta y para generar en ellos una interacción de trabajo en equipo.
La teoría y los ejercicios se sacaron del siguiente texto.
file:///C:/Users/Martha/Downloads/Libro.Pre_Calculo_-_James_Stewar%20(5).pdf
Se pueden apoyar en el siguiente texto
https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/01/matematicas-11c2ba-vamos-a-aprender.pdf

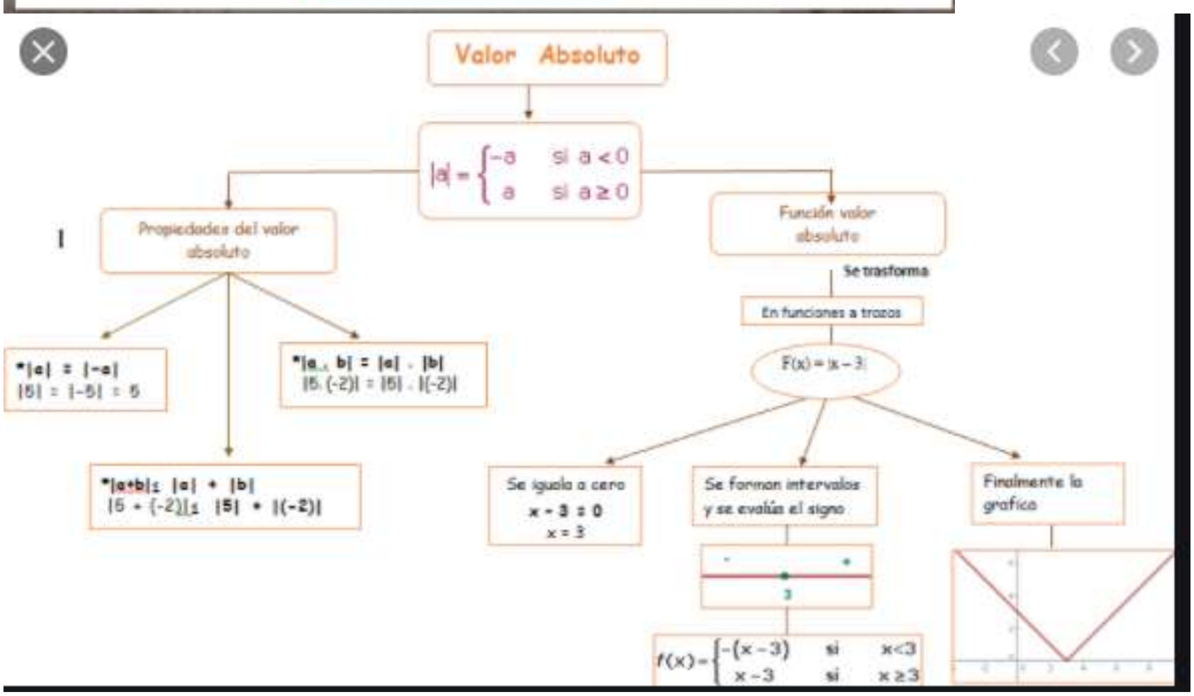
RECURSOS MATERIALES:
Guía didáctica
Libro virtual
https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/01/matematicas-11c2ba-vamos-a-aprender.pdf

videos.
TEMPORALIZACIÓN: **SEMANA 1 Y 2** ● Conjuntos numéricos ● Recta real **Semana 3 y 4** ● Conjuntos y operaciones ● Problemas **SEMANA 5, 6 ,Y 7** ● Desigualdades ● Intervalos. ● Desigualdades lineales ● Desigualdades cuadráticas ● Desigualdades racionales. **SEMANA 8, 9 Y 10** ● Desigualdades con valor absoluto. ● propiedades ● Problemas con desigualdades
EVALUACIÓN: **Se realizará la revisión de los talleres trabajados. Evaluaciones individuales y en parejas. Consultas.** **Estar comprometidos a las diferentes estrategias que se utilizan para resolver los diferentes temas.** **Responder las siguientes preguntas a los temas trabajados:** **¿Qué dificultades encontró?** **¿Qué acciones de mejoramiento debo realizar?**


Nº Reales
Nº Racionales
Nº Irracionales
Una expresión infinita periódica
Son
Por ej
p/q, p∧q∈Z∧q≠0
Una expresión infinita NO periódica
Por ej
√2, √3, √5, π
Nº Enteros
Nº Fraccionarios
Son
Números que expresan una parte de un entero
Por ej
Son
{...,-2,-1,0,1,2,3,...}
Nº Naturales
Cero (0)
Nº Naturales Negativos
Infinitos; se los llama CARDINALES, porque sirven para contar, y ORDINALES, porque sirven para ordenar, y son los primeros en surgir ya que las tareas de contar y ordenar son las más elementales
Contar nuevos tipos de cantidades y ordenar por debajo de un cierto elemento de referencia
Por ej
-1,-2,-3,-4,...
Por ej
1,2,3,4,5,...


TEORÍA DE CONJUNTOS
Elementos con algo en común bien definidos
NOTACION
TIPOS
OPERACIONES
LEYES DE CONJUNTOS
Conjunto
Elementos
Mayúsculas
Minúsculas
Vacio
Universal
Infinito
Finito
Unitario
Potencia
Unión
Los elementos de ambos
Intersección
Los elementos que comparten.
Diferencia
Todos los de A que no tiene B.
Complemento
Todos los elementos que no comparten.
Complemento
Idempotencia
Conmutativa
Identidad
Distributiva
Asociativa
D' Morgan


DESIGUALDADES
Son
Signos de desigualdad
≠ no es igual
< menor que
> mayor que
≤ menor o igual que
≥ mayor o igual que
Propiedades
1. Propiedad aditiva de las desigualdades
2. Propiedad multiplicativa de las desigualdades
3. Propiedad de extracción de de desigualdades
4. Si se tiene una desigualdad donde ambos miembros son positivos y se elevan ambos a un exponente par positivo, se obtiene otra desigualdad que mantiene el sentido de la primera.
Son
Una desigualdad es una expresión matemática que contiene un signo de desigualdad.
Desigualdades absolutas y condicionales.
1- Desigualdad absoluta es aquella que es verdadera o falsa.
Ejemplo: a) 1 > 0 verdadero
b) 5 > 7 Falsa
2- Desigualdad condicional es aquella que sólo se verifica para ciertos valores de las literales. Las desigualdades condicionales se llaman inecuaciones.


Valor Absoluto
|a| = { -a si a < 0 ; a si a ≥ 0
Propiedades del valor absoluto
*|a| = |-a|
|5| = |-5| = 5
*|a . b| = |a| . |b|
|5. (-2)| = |5| . |(-2)|
*|a+b| ≤ |a| + |b|
|5 + (-2)| ≤ |5| + |(-2)|
Función valor absoluto
Se trasforma
En funciones a trozos
F(x) = |x - 3|
Se iguala a cero
x - 3 = 0
x = 3
Se forman intervalos y se evalúa el signo
Finalmente la grafica
f(x) = { -(x - 3) si x<3 ; x - 3 si x ≥ 3