


| | | | |
|---|--|--------------------------|---------------------------------|
|  | INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE HONDURAS | | |
| | GRADO: NOVENO | AREA: MATEMATICAS | DOCENTE DANIEL URAZAN |
| | TEMA: FACTORIZACIÓN: factor común, diferencia de cuadrados , trinomio cuadrado perfecto, trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ | ALUMNO: | TIEMPO: 6 HORAS |

FACTORIZACIÓN

Factorizar un número natural es descomponerlo en sus factores primos así:

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3 \text{ donde } 2 \text{ y } 3 \text{ son números primos.}$$

Factorizar un polinomio significa descomponerlo hasta donde sea posible, en el producto de todos sus factores primos.

La propiedad distributiva de la multiplicación de números reales respecto de la adición permite transformar las sumas indicadas en productos. Esta transformación es una FACTORIZACIÓN.

Existen diferentes casos de factorización como se muestran a continuación:

Factor común

$$4x^2 + 6x = 2x(2x + 3)$$

Esto se resuelve sacando el factor común

Es el Máximo Común Divisor de los términos del polinomio, tanto de la parte literal como de la numérica.

El M.C.D de los coeficientes del polinomio, y el factor común literal está conformado por las variables que se repiten en todos los términos elevadas al menor exponente. El factor restante con el que se multiplica el factor común está compuesto por los coeficientes de cada término sobre el mismo factor común. Ejemplo:

Factoriza los siguientes polinomios:

Ejemplo 1:

$$* 6x^3 - 12x^2 + 3x$$

El factor común de los términos es $3x$. Por la propiedad distributiva se puede escribir

$$6x^3 - 12x^2 + 3x = 3x(2x^2 - 4x + 1)$$

Cada valor se divide por el término que se tomó en común

$$\frac{6x^3}{3x} = 2x^2$$

$$\frac{-12x^2}{3x} = -4x$$

$$+ \frac{3x}{3x} = 1$$

$$3x(2x^2 - 4x + 1)$$

Ejemplo 2:

$$* 8xw^3 + 32x3w^2 = 8xw^2(w + 4x^2)$$

Ejemplo 3:

$$* 5yz^4 - 12y^6 = y(5z^4 - 12y^5)$$

Ejemplo 4:

$$* 4x(x+2) - (x+2) = (x+2)(4x-1)$$

Ejemplo 5:

$$* (x^3 - 2)^3 + 7(x^3 - 2) = (x^3 - 2)[(x^3 - 2)^2 + 7]$$

Factor común por agrupación:

Cuando el polinomio tiene más de tres términos, es necesario agrupar adecuadamente

Se emplea inicialmente una asociación de términos por medio de los signos de agrupación, para hallar así los factores comunes de cada uno.

Ejemplo 1:

$$3x^2 - 6ax + 4x - 8a$$

1. Agrupemos: $(3x^2 - 6ax) + (4x - 8a)$

Se organizan en dos o más grupos dentro de los paréntesis por factores comunes en este caso divisibles por 3 y divisibles por 4.

2. Factoricemos el factor común:

$$3x(x - 2a) + 4(x - 2a)$$

3. Se factoriza de nuevo: $(3x + 4)(x - 2a)$

Ejemplo 2:

$$x^2 - a^2 + x - a^2x$$

1. Agrupemos: $(x^2 - a^2x) + (x - a^2)$

2. factoricemos: $x(x - a^2) + (x - a^2)$

3. Se factoriza de nuevo: $(x + 1)(x - a^2)$

Ejemplo 3:

$$3a^3 - 3a^2b + 9ab^2 - 3b^2 - a^2 + ab$$

$$1. (3a^3 - 3a^2b + 9ab^2) - (3b^2 + a^2 - ab)$$

$$2. 3a(a^2 - ab + 3b^2) - (a^2 - ab + 3b^2)$$

$$3. (3a - 1)(a^2 - ab + 3b^2)$$

Actividad

1. $3xy^3 + 27x^4y$
2. $5b + b^4z - 25b^3w$
3. $2x(n - 1) - 3y(n - 1)$
4. $3m - 2n - 2x^4 + 3mx^4$
5. $2x^2y + 2xz^2 + y^2z^2 + xy^3$
6. $3a^2 - 7a^2x + 3ax - 7ab^2$

Diferencia de cuadrados

Es la suma de las raíces cuadradas de los términos, multiplicada por la diferencia de estas:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Ejemplo 1:

$$16x^4 - 81y^2 = (4x^2 + 9y)(4x^2 - 9y)$$

$$\sqrt{16x^4} = 4x^2 \quad \sqrt{81y^2} = 9y$$

Uno de los términos posee positivo y otro negativo para que la multiplicación de los dos da negativo.

Ejemplo 2:

$$25 - x^6z^8 = (5 + x^3z^4)(5 - x^3z^4)$$

Ejemplo 3:

$$\frac{64}{w^2} - \frac{4x^4}{9} = \left(\frac{8}{w} + \frac{2x^2}{3}\right)\left(\frac{8}{w} - \frac{2x^2}{3}\right)$$

Trinomio cuadrado perfecto (T.C.P)

Es el resultado de un Binomio al cuadrado. El primer y tercer término son cuadrados perfectos (o tienen raíz cuadrada exacta) y su signo es positivo, y el segundo término es el doble de producto de las raíces cuadradas del primer y tercer término:

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$



Porque el término puede ser positivo o negativo

Ejemplo 1:

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

Raíz cuadrada de $x^2 = x$

Raíz cuadrada de $1 = 1$

Doble producto de estas raíces: $2(x)(1) = 2x$

Ejemplo 2:

$$36 + 12m^2 + m^4 = (6 + m^2)^2$$

Raíz cuadrada de $36 = 6$

Raíz cuadrada de $m^4 = m^2$

$$2(6)(m^2) = 12m^2$$

$$\frac{a^2}{4} - ab + b^2 = \left(\frac{a}{2} - b\right)^2$$

Raíz cuadrada de $\frac{a^2}{4} = \frac{a}{2}$

Raíz cuadrada de $b^2 = b$

Doble producto de esta raíz:

$$2\left(\frac{a}{2}\right)(b) = \frac{2ab}{2} = \frac{ab}{2}$$

Actividad:

Aplique los casos de factorización a las siguientes operaciones

7. $361x^{14} - 1$

8. $\frac{b^{12x}}{81} - 49a^{10n}$

9. $a^2m^4n^6 - 144$

10. $1 + 14x^2y + 49x^4y^2$

11. $9 - 6x + x^2$

12. $\frac{n^2}{9} + 2mn + 9m^2$

Trinomio cuadrado perfecto por complemento

Este caso se da cuando los trinomios no son exactos para ser T.C.P.

Ejemplo 1:

$$4a^4 + 3a^2b^2 + 9b^4$$

1. Se observa si es un T.C.P

La raíz cuadrada de $4a^4 = 2a^2$

La raíz cuadrada de $9b^4 = 3b^2$

$$2(2a^2)(3b^2) = 12a^2b^2$$

Este Trinomio no es cuadrado perfecto ya que $3a^2b^2 \neq 12a^2b^2$

Luego hay que sumarle $9a^2b^2$ al segundo término para que sea igual a

$12a^2b^2$, pero para que el trinomio no varíe hay que restarle la misma cantidad que se suma y quedaría así:

$$4a^4 + 3a^2b^2 + 9b^4$$

$$\begin{array}{r} +9a^2b^2 \qquad \qquad -9a^2b^2 \\ \hline \end{array}$$

$$4a^4 + 12a^2b^2 + 9b^4 - 9a^2b^2 = (4a^4 + 12a^2b^2 + 9b^4) - 9a^2b^2$$

$$\text{Factorizo el T.C.P} \qquad \qquad \qquad = (2a^2 + 3b^2)^2 - 9a^2b^2$$

$$\text{Factoriza la Diferencia de Cuadrados} = (2a^2 + 3b^2 - 3ab)(2a^2 + 3b^2 + 3ab)$$

$$\text{Para después ordenarlos} \qquad \qquad \qquad = (2a^2 - 3ab + 3b^2)(2a^2 + 3ab + 3b^2)$$

Ejemplo 2:

$$c^4 - 45c^2 + 100$$

1. Se observa si es un T.C.P

$$\text{La raíz cuadrada de } c^4 = c^2$$

$$\text{La raíz cuadrada de } 100 = 10$$

$$2(c^2)(10) = 20c^2$$

Este Trinomio no es cuadrado perfecto ya que $45c^2 \neq 20c^2$

Luego hay que sumarle $25c^2$ al segundo término para que sea igual a

$45c^2$, pero para que el trinomio no varíe hay que restarle la misma cantidad que se suma y quedaría así:

$$c^4 - 45c^2 + 100$$

$$\begin{array}{r} +25c^2 \qquad \qquad -25c^2 \\ \hline \end{array}$$

$$c^4 - 20c^2 + 100 - 25c^2 = (c^4 - 20c^2 + 100) - 25c^2$$

$$\text{Factorizo el T.C.P} \qquad \qquad \qquad = (c^2 - 10)^2 - 25c^2$$

$$\text{Factorizo la Diferencia de Cuadrados} = (c^2 - 10 - 5c)(c^2 - 10 + 5c)$$

$$\text{Ordeno} \qquad \qquad \qquad = (c^2 - 5c - 10)(c^2 - 5c + 10)$$

Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

1. Se organiza el trinomio
2. El coeficiente del primer término es 1
3. Se descompone en dos factores binomios y al comienzo de cada uno de ellos se escribe la raíz cuadrada del primer término.
4. Se buscan dos cantidades que al multiplicarse da el tercer término y al sumarse da el segundo término:

Ejemplo 1:

Factorar: $m^2 - 17m - 60$

Se halla la raíz cuadrada del primer término $m^2 = m$

El trinomio se descompone en dos binomios: $(m \quad) (m \quad)$

Se busca dos números cuya diferencia es 17 y cuyo producto es 60.

En el primer paréntesis se coloca el signo negativo ya que $-17x$ lo tiene, luego en el segundo paréntesis se coloca el signo positivo porque al multiplicar el signo del segundo término con el signo del tercer término nos da positivo.

Se descompone en sus factores primos al tercer término:

| | | |
|----|--|---|
| 60 | | 2 |
| 30 | | 2 |
| 15 | | 3 |
| 5 | | 5 |
| 1 | | |

$$2 \times 2 \times 5 = 20 \quad \text{y} \quad 3$$

Respuesta: $(m - 20) (m + 3)$

Ejemplo 2:

Factorizar: $28 + a^2 - 11a$

Se organiza el trinomio: $a^2 - 11a + 28$

Se halla la raíz cuadrada del primer término $a^2 = a$

El trinomio se descompone en dos binomios: $(a \quad) (a \quad)$

Se busca dos números cuya diferencia es 11 y cuyo producto es 28.

En el primer paréntesis se coloca el signo negativo ya que $-11x$ lo tiene, luego en el segundo paréntesis se coloca el signo negativo porque al multiplicar el signo del segundo término con el signo del tercer término nos da negativo.

Se descompone en sus factores primos al tercer término:

| | |
|----|---|
| 28 | 2 |
| 14 | 2 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

$$2 \times 2 = 4 \text{ y } 7$$

Respuesta: $(a - 4)(a - 7)$

Ejemplo 3:

Factorizar: $x^2 + 2ax - 15a^2$

Como el primer término posee una parte literal al cuadrado, el segundo y el tercer término posee una parte litera similar se aplica la raíz también al tercer término

Se halla la raíz cuadrada del primer término $x^2 = x$

Se halla la raíz cuadrada del tercer término $a^2 = a$

El trinomio se descompone en dos binomios: $(x + a)(x - 3a)$

Se busca dos números cuya diferencia es 2 y cuyo producto es 15.

En el primer paréntesis se coloca el signo positivo ya que $2x$ lo tiene, luego en el segundo paréntesis se coloca el signo negativo porque al multiplicar el signo del segundo término con el signo del tercer término nos da negativo.

Se descompone en sus factores primos al tercer término:

| | |
|----|---|
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

Respuesta: $(x + 5a)(x - 3a)$

Actividad

Resuelve los siguientes ejercicios teniendo en cuenta los anteriores casos de factorización.

13. $25a^4 + 54a^2b^2 + 49b^4$

14. $4 - 108x^2 + 121x^4$

15. $121x^4 - 133x^2y^4 + 36y^8$

16. $x^2 + 6x + 8$

17. $x^2 - x - 2$

18. $15 + 2x - x^2$

Para la evaluación de esta guía se tendrán en cuenta los siguientes aspectos:

Desarrollo de la guía(30%)_____

Examen (60%)_____

Autoevaluación(10%)_____

Nota final:_____