INSTITUCIÓN EDUCATIVA REPUBLICA DE HONDURAS

DANE 10500100313101, NIT 811.021.822-1

FILOSOFIA

GUIA FILOSOFIA # 1

GRADO 11°

2020

LÓGICA PROPOSICIONAL O LÓGICA DE ENUNCIADOS

1. INTRODUCCIÓN: LENGUAJE NATURAL, LENGUAJE ARTIFICIAL Y LENGUAJE FORMAL

Los **lenguajes naturales**, es decir, las distintas lenguas que habitualmente utilizan los miembros de distintas comunidades humanas para comunicarse, poseen, como todo lenguaje, un conjunto de **símbolos** (léxico) y una serie de **reglas** para manejarlos (sintaxis) y **operar** con ellos (formación, concatenación y transformación de oraciones). Todos los lenguajes naturales son el producto de muchos siglos de evolución y son tan infinitamente ricos en matices que los mismos símbolos o expresiones pueden significar cosas diferentes en función factores tales como el contexto, la entonación, la situación, etc. Estas ambigüedades, dobles sentidos, vaguedades, relajación en el uso de las reglas… nos permiten construir paradojas, chistes, metáforas, poemas, etc.

Los lenguajes naturales poseen, sin duda, una gran riqueza y capacidad expresiva que resulta deseable, pero en determinados momentos es preferible un lenguaje menos ambiguo y, por tanto, más preciso y operativo. Para el uso científico, por ejemplo, los lenguajes naturales presentan ciertas deficiencias: desde el punto de vista del léxico, falta de univocidad; desde el punto de vista de la sintaxis, relajación en las reglas; y desde el punto de vista operacional, dificultad para realizar cualquier cálculo.

Por este motivo, las distintas ciencias construyen **lenguajes artificiales**, asignando a sus símbolos significados precisos y unívocos, y estableciendo con precisión reglas operativas eficaces que permitan construir razonamientos fiables. Se trata de ganar en exactitud y seguridad a costa de perder en expresividad. La Física y la Química, por ejemplo, usan este tipo de lenguaje de forma que una expresión tan metafórica como «el tiempo es oro», al traducirla a tal lenguaje –«t = Au»– pierde todo su sentido. Por eso, tales lenguajes sólo se emplean en campos muy restringidos.

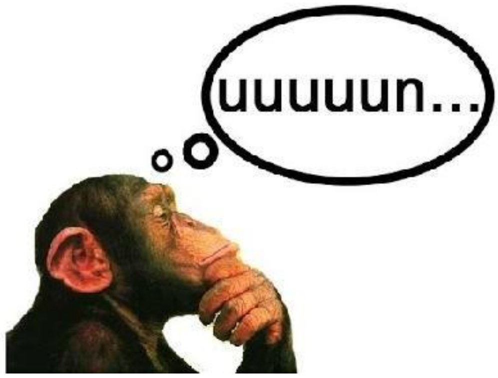
Incluso puede haber ocasiones en las que el significado de los símbolos no nos interese, sino más bien las relaciones que podamos establecer entre dichos símbolos, como por ejemplo ocurre en las Matemáticas y la Lógica. Decimos entonces que estamos ante un **lenguaje formal,** porque sólo interesa la forma, no el contenido o significado empírico de sus símbolos. Lo único que cuenta es que la utilización de los símbolos, las fórmulas y las operaciones se ajuste a las reglas establecidas.

2. LAS PROPOSICIONES Y LA LÓGICA PROPOSICIONAL

Todos los lenguajes están construidos a partir de combinaciones de signos que reciben el nombre de **expresiones**. Pero no cualquier combinación es válida, sino que dicha combinación debe realizarse de acuerdo con una serie de reglas gramaticales (morfológicas, sintácticas, etc.). Cuando una expresión del lenguaje natural es gramaticalmente correcta y tiene un sentido completo recibe el nombre de **oración**.

Hay muchos tipos de oraciones en los lenguajes naturales: enunciativas, desiderativas, de posibilidad, dubitativas, exhortativas, interrogativas, exclamativas, etc. Aquí nos interesan las **oraciones enunciativas**, también llamadas **enunciados** o **proposiciones**, que son aquellas oraciones que tienen un **sentido completo** y pueden ser **calificadas como verdaderas o falsas**. La **Lógica proposicional** (denominada también Lógica de enunciados) se ocupa de las proposiciones.

Tanto lógica como gramaticalmente, las oraciones pueden ser sometidas a análisis. Tomemos, por ejemplo, la proposición «Las moscas son insectos». Gramaticalmente, podemos analizar esta oración comenzando por distinguir un sujeto y un predicado. Lógicamente, podemos analizarla señalando que en ella se establece una relación entre dos clases o conjuntos, en cuyo caso la interpretaremos como afirmación de que los miembros de la clase de las moscas son también miembros de la clase de los insectos: así se hace en la Lógica de clases.



Pero **en la Lógica proposicional las proposiciones** no se analizan, sino que **se toman como un todo**, en bloque. Las proposiciones son los elementos últimos sobre los cuales opera esta rama de la Lógica. Las proposiciones «Las moscas son insectos» y «La Tierra es un planeta» son proposiciones simples. En cambio, «Las moscas son insectos y la Tierra es un planeta» y «Si las moscas son insectos, entonces la Tierra es un planeta» son proposiciones complejas.

Una **proposición simple** es aquella que no puede descomponerse en partes que, a su vez, sean proposiciones. Las proposiciones simples se denominan también **atómicas**.

Una **proposición compleja** –también denominada **molecular**– es aquella que puede descomponerse en proposiciones simples. Las proposiciones complejas se componen, pues, a partir de proposiciones simples por medio de partículas como «y», «si… entonces…», etc., que sirven para conectar o unir proposiciones entre sí.

En definitiva, la **Lógica proposicional es aquella parte de la lógica que se ocupa de los razonamientos tomando las proposiciones que los componen como un todo, sin analizarlas, sin entrar en sus relaciones internas.**

3. EL RAZONAMIENTO: VERDAD Y VALIDEZ

Un **razonamiento** es una serie de enunciados en la cual, a partir de unos enunciados iniciales (premisas) y siguiendo unas reglas determinadas, se infiere una conclusión.

Por ejemplo:

En el mes de enero cada día anochece un poco más tarde.

Estamos en el mes de enero.

____

Por lo tanto, mañana anochecerá un poco más tarde que hoy.

Así pues, **razonamiento** es un proceso mental que se caracteriza porque en él se produce el paso de uno o más enunciados (las denominadas premisas) a otro posterior (lo que denominamos conclusión) que se deriva necesariamente de aquellos.

Denominamos **premisas** de nuestro razonamiento a cada uno de los enunciados que utilizamos para defender la idea o enunciado que queremos demostrar.

Denominamos la **conclusión** de nuestro razonamiento al enunciado que intentamos demostrar o defender y para el que hemos construido nuestro razonamiento.

Se dice que el **razonamiento** es **válido** si la conclusión se deduce necesariamente de las premisas. En ese caso, si las premisas son verdaderas, entonces la conclusión también será necesariamente verdadera. Un razonamiento, por tanto, es o no válido en virtud de su forma o estructura, no en virtud de la verdad o falsedad de las premisas. Los **enunciados** pueden ser **verdaderos o falsos**, pero los **razonamientos** sólo pueden ser **válidos o no válidos**, correctos o incorrectos.

Veamos tal diferencia con un ejemplo. Partamos de dos razonamientos simples:

R_1:

P_1: Si tienes la gripe entonces tienes fiebre.

A B

P_2: No tienes fiebre.

B

C: Por lo tanto, no tienes la gripe.

A

R_2:

P_1: Si crece la inversión entonces disminuye el paro.

A B

P_2: No disminuye el paro.

B

C: Por lo tanto, no crece la inversión.

A

Observamos que:

Tienen distinto contenido: R_1 : medicina.

R_2 : economía.

Tienen la misma forma:

P_1: Si A entonces B.

P_2: No B.

C: Por lo tanto, no A.

Sustituimos las proposiciones por letras mayúsculas.

Por lo tanto, en los razonamientos hay que distinguir entre:

Forma: es la estructura lógica del razonamiento: el cómo se hayan relacionadas entre sí las proposiciones en las premisas y la conclusión: qué relaciones lógicas existen entre ellas.

Contenido: es lo expresado por las premisas y la conclusión, el conjunto de afirmaciones que éstas realizan del mundo, el conjunto de sucesos que éstas describen.

El objetivo de la lógica es decir qué tipo de razonamientos son correctos, y esto se define exclusivamente en virtud de su estructura formal. La lógica prescinde del contenido pues sólo analiza la corrección formal de los razonamientos. No corresponde a la Lógica determinar la verdad o falsedad de los enunciados, de ello se ocupan los científicos o quienes los propongan (dependerá del ámbito al que pertenezca el razonamiento). Tampoco le importa si son verdaderos o falsos. Que, de hecho, las premisas sean verdaderas o falsas no afecta a la validez del argumento, a su corrección formal.

RAZONAMIENTO VÁLIDO	RAZONAMIENTO NO VÁLIDO	RAZONAMIENTO VÁLIDO
P1: Todos los perros son mamíferos. P2: Todos los caniches son perros. C: Todos los caniches son mamíferos.	P1: Todos los primates son mamíferos. P2: Todos los gatos son mamíferos. C: Todos los gatos son primates.	P1: Todos los perros son reptiles. P2: Todos los gatos son perros. C: Todos los gatos son reptiles.

4. EL LENGUAJE LÓGICO

El interés de la lógica es el *análisis de los razonamientos en el ámbito formal*. Los razonamientos *se hacen en el lenguaje cotidiano*, también denominado "*lenguaje ordinario o natural* Puesto que el lenguaje natural está cargado de ambigüedades e imprecisiones resulta difícil de analizar lógicamente.

La lógica necesita *extraer* del lenguaje natural *su **estructura formal***, reduciendo su variedad a unas cuantas expresiones lógico - formales. Para hacer esto con precisión la lógica necesita crear un lenguaje artificial, con sus propias reglas de construcción, que sea el reflejo de la estructura formal del razonamiento.

Todo lenguaje artificial (por ejemplo: las señales de tráfico, los iconos del ordenador, etc.) está construido y pensado como medio para lograr un fin determinado. En el caso del lenguaje formal, su fin es *destacar en los razonamientos su estructura formal*.

4.1. EL LENGUAJE FORMAL DE LA LÓGICA PROPOSICIONAL

Describimos aquí:

Los elementos que componen este lenguaje, y, a la vez, damos

Las reglas de simbolización que nos permitirán pasar de las expresiones del lenguaje natural a las del lenguaje formal (formalizar).

A) VOCABULARIO.

Está constituido por las variables proposicionales que simbolizan o representan las proposiciones del lenguaje natural. Se denominan "**variables**" porque representan cualquier proposición del lenguaje natural.

REGLA DE SIMBOLIZACIÓN I

Cada uno de los enunciados simples del lenguaje natural se sustituirá por *variables proposicionales* simbolizadas mediante las letras minúsculas: *p, q, r, s, t, u, v, w*. Si hubiera más se pondrán subíndices. Ejemplos:

"Éste fue un verano caluroso": p

"La fidelidad es una quimera": q

"Al final de los tiempos resucitarán los cuerpos": r

"Tengo sueño": s

B) SÍMBOLOS DE ENLACE

Están constituidos por las **constantes lógicas** (se denominan también "conectivas" o "juntores") que representan las relaciones lógicas existentes entre las proposiciones. Simbolizan los elementos del lenguaje natural que ponen en relación las diferentes proposiciones. Hay cinco tipos básicos de relación lógica entre proposiciones:

1) La negación.

Significa la negación de la proposición que ponemos a su derecha.

REGLA DE SIMBOLIZACIÓN II

Las expresiones del lenguaje natural tales como *"no", "no es cierto", "no es el caso que", "es falso", "es imposible"*, etc. se sustituirán por el símbolo **"¬"**.

Ejemplos:

"No vendré a cenar esta noche $_p$": ¬p

"Es imposible que pueda olvidar lo sucedido $_q$": ¬q

"No es cierto que no se lo dijera $_r$": ¬¬r

2) La conjunción.

Significa que ambas proposiciones suceden de forma conjunta

REGLA DE SIMBOLIZACIÓN III

Las expresiones del lenguaje natural tales como *"y", "ni", "pero", " que", "e", "mas"*, una simple coma *","*, etc. se sustituirán por el símbolo **"∧"**.

Ejemplos:

"Viene cansado $_p$ y deprimido $_q$: p ∧ q

" Ana quiere a Luís $_p$ pero no es tonta $_q$": p ∧¬q

"No es cierto que sea viuda $_p$ y no tenga hecha la cirugía $_q$ ": ¬ (p ∧¬q)

3) La disyunción.

Significa que sucede una proposición, sucede la otra, o suceden ambas. Es lo que se denomina ***"disyunción inclusiva"***, frente a la *disyunción exclusiva*, que usualmente utilizamos en el lenguaje natural y que significa que sucede una u otra, pero no ambas a la vez.

REGLA DE SIMBOLIZACIÓN IV

Las expresiones del lenguaje natural tales como *"o", "o…o…", "bien…bien…", "ya…ya…",* etc. se sustituirán por el símbolo **"v".**

Ejemplos:

"O vamos al cine $_p$ o nos aburrimos soberanamente $_q$ ": p v q

"Es imposible que pueda volver $_p$ o olvidar lo sucedido $_q$": ¬ (p v q)

"O no es cierto que le gusten los niños $_p$ o tiene muy mala leche $_q$ ": ¬p v q

4) El Condicional.

Significa que si se da la primera (a la izquierda de la flecha) entonces se dará la segunda (a la derecha de la flecha). **Es una relación de *consecuencia entre dos proposiciones*: la primera es la *condición* (antecedente) y la segunda es el *resultado* (consecuente).**

En el lenguaje natural es habitual encontrarlas expresadas en orden inverso, por lo que al simbolizar hemos de tener cuidado para entender bien el sentido de la relación lógica expresada. Por ejemplo: "Sería sumamente feliz si os callarais" [p → q] [siendo p: "os callarais" y q: "Sería sumamente feliz"].

REGLA DE SIMBOLIZACIÓN V

Las expresiones del lenguaje natural tales como "si…entonces", "…luego…", "…por tanto…", "…en consecuencia…", "cuando", "…se infiere de…","…se deduce de…","…se deriva de…","…se demuestra…", etc. se sustituirán por el símbolo **"→ "**.

Ejemplos:

"Si hubiera venido en coche $_p$ aun estaría buscando aparcamiento $_q$ ": p → q

"Cuando traigas el taladro $_{p,}$ te arreglaré la cortina $_q$": p → q

"Si no cambias de hábitos $_p$ entonces se acabará cansando de ti $_q$ ": ¬p → q

5) El Bicondicional.

Significa que las dos proposiciones se implican mutua y necesariamente. Equivale a un condicional en ambas direcciones: sólo ocurrirá la primera si sucede la segunda y sólo sucederá la segunda si sucede la primera.

REGLA DE SIMBOLIZACIÓN VI

Las expresiones del lenguaje natural tales como *"...si y sólo si…", "…equivale a…", "...es igual a…", "...vale por…", "...es lo mismo que…"*, etc. se sustituirán por el símbolo **"↔"**.

Ejemplos:

"Un pueblo es democrático $_p$ si y sólo si hay elecciones libres $_q$ ": p ↔ q

"Sólo si cambias de actitud $_{p,}$ estaré dispuesto a ir tus quejas $_q$": p ↔ q

"Serás feliz $_p$ sólo si buscas el placer $_q$ y no te dejas esclavizar por los deseos $_r$": p ↔ (q ∧ ¬r)

C) SIGNOS AUXILIARES.

a) Son las llaves, los paréntesis y los corchetes.

b) Indican *cómo están agrupados los símbolos de una expresión de nuestro lenguaje formal*, y *cuál es el símbolo de enlace principal* en ella. Si no hay paréntesis, hay una jerarquía para determinar el signo dominante (1º↔, 2º →, 3º Λ ó V). Ejemplo: p → r V q es lo mismo que p → (r V q).

4.2. SINTAXIS: FÓRMULAS BIEN FORMADAS.

Todos los lenguajes se componen de unos símbolos y de unas reglas sintácticas que nos indican qué combinaciones de símbolos son correctas y cuáles no lo son. Por ejemplo, en castellano no podemos decir:

"Mis amigos y yo voy al cine".

La oración del ejemplo está mal formada porque no hay la concordancia debida entre el número del sujeto (plural) y el número del verbo (singular). También en matemáticas hay unas reglas que nos indican qué combinaciones de símbolos podemos hacer, de modo que si nos presentaran lo siguiente:

%=4+(78-)

no sabríamos qué hacer simplemente porque la expresión está mal formada, no respeta las reglas de formación de fórmulas matemáticas. Del mismo modo, cualquier combinación de símbolos lógicos no constituye una fórmula bien formada. Así por ejemplo, no están bien formadas las fórmulas

∧p

∨p∨q

p→¬

etc…

No es difícil descubrir intuitivamente, a partir de ejemplos, qué fórmulas están bien formadas y cuáles no, pero no está de más ofrecer las siguientes **reglas para la formación de fórmulas bien formadas** (fbf):

Regla 1: Toda proposición atómica es una fbf.

Regla 2: Si A es una fbf, entonces ¬A también es una fbf.

Regla 3: Si A y B son fbf, entonces (A∧B), (A∨B) y (A→B) también son fbf.

En consecuencia, podemos obtener dos tipos de fórmulas: **fórmula atómica** y **fórmula molecular**. La primera es una fórmula constituida tan sólo por una variable proposicional (por ejemplo: p , q , r , t ...). La segunda es una fórmula constituida por una variable proposicional y la negación, o por varias variables proposicionales unidas por una o más conectivas (por ejemplo: ¬p , p → q , r v t ↔s ...).

5. FORMALIZACIÓN

Formalizar "consiste en *analizar* las expresiones del lenguaje natural y *traducirlas* al lenguaje formal *reduciéndolas a su forma"*. Su objetivo es *reducir* el razonamiento a su *estructura formal* separándola de su *contenido* pues *sólo ésta nos interesa para poder determinar su validez.*

La *trascripción* del lenguaje natural al lenguaje formal *no es automática ni literal*: requiere un *análisis minucioso del sentido* de las expresiones que vamos a transcribir.

Se ha de tener en cuenta:

Sólo se formalizan las proposiciones, no las frases o expresiones incluidas en el razonamiento que no lo sean por pertenecer a otros usos del lenguaje que no sea el descriptivo. Esto es así porque esas expresiones carecen de valor lógico.

Por ejemplo: ¡Ay de mí!, ¡Ojala fuese así!, ¡Hazlo!, ¿Vendrá esta noche?,...

A veces en el lenguaje natural *dos frases pueden significar lo mismo* expresado a través de otras palabras. En este caso *se simbolizarán ambas con la misma variable proposicional* (siempre según el contexto).

Por ejemplo: "aumenta la temperatura corporal", "tiene fiebre" [p];

"Sacó más de cinco puntos en el examen", "aprobó el examen" [q].

Hay que tener cuidado, de igual forma, con una proposición y su contraria. Se simbolizan con la misma variable proposicional pero añadiendo la negación.

Por ejemplo: "aprobaré" [p] , "suspenderé" [$\neg$p].

Cuando aparezcan *dos proposiciones unidas por un condicional* hay que tener en cuenta cuál es el *antecedente* y cuál es el *consecuente*, *no siempre aparecen en este orden*. Para aclarar el sentido hay que tener presente qué expresa, ya que *para que se dé el consecuente (resultado) se ha de dar primero necesariamente el antecedente (condición).*

Por ejemplo: "Escribiría un libro si tuviera tiempo" [$p \rightarrow q$] [siendo p: "tuviera tiempo" y q: "Escribiría un libro"]. Un buen método es *parafrasear* la expresión que queremos formalizar: decirla con otras palabras pero sin cambiarle el sentido para poder aclarar éste último. Por ejemplo:"Si tuviera tiempo entonces escribiría un libro"

Pasos a seguir: esquema de un razonamiento.

Ejemplo: “Si me abandona, me sentiré muy solo. Si continúa conmigo, seguiremos peleándonos sin parar. Si me siento solo o nos seguimos peleando continuamente, tendré una fuerte depresión. Es obvio que, tanto si me deja como si sigue conmigo, entraré en una fuerte depresión”.

Determinación de las premisas y la conclusión.

Destacamos y numeramos correlativamente en el razonamiento cada una de las premisas. Normalmente, en el lenguaje natural aparecen unas separadas de las otras por un punto y seguido.

La conclusión, que aparece normalmente al final (o al principio en raras ocasiones), en el lenguaje natural está introducida por expresiones tales como: "Por lo tanto...", "En consecuencia...", "Se deduce de esto...", "Por consiguiente...", etc.

Determinación de las variables proposicionales.

Subrayamos cada una de las *proposiciones asignándoles una variable proposicional*. Así como las vamos subrayando, hacemos con ellas una lista y así, si se repiten, sabemos como las hemos simbolizado y podemos asegurarnos que dos no sean la misma expresada con otras palabras.

Si me abandona $_p$ me sentiré muy solo $_q$. Si continúa conmigo $_{\neg p}$ seguiremos peleándonos sin parar $_r$. Si me siento solo $_q$ o nos seguimos peleando continuamente tendré una fuerte depresión $_s$. Es obvio que tanto si me deja $_p$ como si sigue conmigo $_{\neg p}$ entraré en una fuerte depresión $_s$.

Variables Proposicionales:

p: "me abandona"

q: "me sentiré sólo"

r: "nos seguiremos peleando continuamente"

s: "tendré una fuerte depresión"

Determinación de las conectivas.

Analizamos las relaciones lógicas existentes entre las proposiciones en cada una de las premisas y en la conclusión simbolizándolas.

Realización del esquema del razonamiento.

Hacemos el esquema del razonamiento que contiene las premisas y la conclusión simbolizadas y refleja su estructura formal.

Esquema del razonamiento:

P_1: $p \rightarrow q$

P_2: $\neg p \rightarrow r$

P_3: $(q \vee r) \rightarrow s$

____

C: $(p \vee \neg p) \rightarrow s$

Otros ejemplos:

- La comida no le supo bien: $\neg p$

- Mañana es sábado y nos iremos a la playa: $p \wedge q$

- Aunque tú no me quieras, yo te amo: $\neg p \wedge q$

- O bien te lo comes o no verás la tele: $p \vee \neg q$

- O lo recoges todo o no vas de excursión y no te regalo el vestido:

$p \vee (\neg q \wedge \neg r)$

- Si vienes, no te lo olvides en casa: $p \rightarrow \neg q$

- Si no estuvo aquí el asesino, entonces no llegó a verle o lo supo demasiado tarde:

$\neg p \rightarrow (\neg q \vee r)$

- No por mucho madrugar amanece más temprano: $\neg (p \rightarrow q)$

- Sólo si baja la Bolsa 15 puntos, deberás vender el 10% de las acciones de la empresa y no comunicarlo al Consejo: $p \leftrightarrow (q \wedge \neg r)$

- Sólo en el caso de que no sepas hacer el dibujo y haya dos preguntas en la 2ª casilla del examen, deberás contestar únicamente a la primera de ellas:

(¬ p ∧ q) ↔ r

- Si Pedro sabe hablar inglés, entonces no habla francés, aunque si no supiese hablar inglés, tampoco hablaría francés: **(p → ¬ q) ∧ (¬ p → ¬ q)**

- Si llegas después de las 10, te encontrarás con la puerta cerrada y no podrás cenar: **p → (q ∧ ¬ r)**

- Juan abrirá la puerta y saldrá a la calle, sólo en el caso de que, si viene María con el coche, no venga con ella Pedro: **(p ∧ q) ↔ (r → ¬ s)**

- No es verdad que si Antonio estudia, entonces María no trabaje: **¬ (p → ¬ q)**

- Sólo si tú no lo has matado, te dejaremos libre: **¬ p ↔ q**

6. TABLAS DE VERDAD

6.1. VALORES DE VERDAD DE LAS CONECTIVAS.

Una vez que hemos formalizado una proposición resulta mucho más fácil operar con ella. Lo primero que podemos hacer con ella es averiguar en qué casos es verdadera y en qué casos no. La **Semántica** es aquella parte del lenguaje que se ocupa de la relación entre los símbolos y su significado, pero ya dijimos que a la Lógica no le interesa el significado empírico de las proposiciones; lo único que le interesa de su significado es su valor veritativo: su verdad o falsedad. Como la verdad de las proposiciones complejas depende del valor veritativo de sus proposiciones simples (variables) y del tipo de relación que las une (constantes o conectores), la Lógica usa un método para demostrar semánticamente una fórmula cualquiera: el método de **las tablas de verdad**. Este método consiste en calcular en qué casos una proposición compleja es verdadera y en qué casos es falsa.

Interpretar un símbolo consiste en darle un significado. La Lógica proposicional, como la mayoría de los tipos de lógica, es una **lógica bivalente**, lo cual quiere decir que cada proposición simple o variable sólo puede tener dos interpretaciones o significados: **verdadero (1) o falso (0**). Un caso es una posible combinación de tales valores en sus variables, de forma que mientras más variables tenga una fórmula más casos posibles habrá.

Así, en una fórmula que contenga una única variable (p.e., p → p) sólo hay dos casos posibles: que “p” sea verdadera o que sea falsa, mientras que en una que contenga dos variables (p.e., p→q) hay cuatro casos posibles: 1) que ambas sean verdaderas; 2) que ambas sean falsas; 3) que “p” sea verdadera y “q” falsa; y 4) que “p” sea falsa y “q” verdadera. En una fórmula de tres variables hay ocho posibles casos; en una de cuatro, dieciséis, y así, sucesivamente. Hay una **fórmula para hallar el número de casos (x) de una proposición molecular: x = 2n, donde n es el número de variables de la fórmula.**

Cada uno de los conectores o constantes lógicas se define semánticamente mediante **una tabla de verdad** que muestra sus posibles valores veritativos según los casos. Estas son las tablas de verdad de los conectores y del negador:

NEGADOR:

A	¬ A
1	0

0	1

CONJUNTOR:

A	**B**	**A Λ B**
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

DISYUNTOR:

A	**B**	**A V B**
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

IMPLICADOR (O CONDICIONAL):

A	**B**	**A → B**
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

COIMPLICADOR (O BICONDICIONAL:

A	**B**	**A ↔ B**
1	1	1
1	0	0

0	1	0
0	0	1

6.2. CONSTRUCCIÓN DE TABLAS DE VERDAD.

Cualquier fórmula tiene su propia tabla de verdad, que variará en función de la cantidad de proposiciones atómicas que la integran y de su propia complejidad lógica. Para realizar la tabla de verdad de una fórmula, hay que determinar, en primer lugar, de **cuántas columnas (vertical) y filas (horizontal) constará.**

Para determinar el número de columnas de una tabla, es necesario recurrir al concepto de ***historia formacional*** de una fórmula. La *historia formacional* de una fórmula es el conjunto de todas sus subfórmulas, incluyéndola a ella misma. Es algo así como desandar el camino que nos ha llevado desde las proposiciones atómicas a la proposición molecular a analizar.

Supongamos, por ejemplo, que tenemos la fórmula **p ∧ q**, su *historia formacional* será el conjunto {p, q, p∧q}. Otro ejemplo, en el caso de la fórmula **(p∧ q) → (r ∨ ¬q)**, su *historia formacional* será el conjunto {p, q, r, ¬q, p∧q, r∨¬q, (p∧q)→(r∨q)} formado por 7 elementos.

Una vez hemos determinado la *historia formacional* de una fórmula, podemos continuar con la confección de su tabla de verdad, que **tendrá tantas columnas como elementos tenga la historia formacional de la fórmula, y a cada columna le corresponderá uno de esos elementos**, desde los más simples hasta los más complejos. Así, la tabla de verdad de la fórmula anterior *(p∧q) →(r∨¬q)* tendrá 7 columnas.

Determinar **el número de filas** de la tabla es fácil, pues sólo debemos aplicar la siguiente fórmula: Número de filas de la tabla $= 2^n$, donde *n* esel número de proposiciones atómicas de que consta la fórmula. Así, si observamos la *historia formacional* de la fórmula *(p∧q)→(r∨¬q)*, observaremos que consta de las 3 proposiciones atómicas *p, q* y *r* (recordemos que las proposiciones que se repiten sólo deben ser contadas una vez). Aplicando la fórmula arriba indicada obtenemos que nuestra tabla debe tener 2^3 filas, es decir, 8 filas. Por supuesto, a estas 8 filas habrá que añadir una, que será la primera, que rellenaremos con las subfórmulas de la *historia formacional*. La tabla quedará como sigue:

p	q	r	¬q	p∧q	r∨¬q	(p∧q)→(r∨¬q)

Ahora viene un momento peliagudo de la elaboración de la tabla, pues es hora de completarla. En primer lugar, tendremos que completar las columnas correspondientes a las proposiciones atómicas, pues el valor del resto de celdas de la tabla dependerá de los valores de las proposiciones atómicas. Olvidémonos, de momento, de las columnas correspondientes a fórmulas moleculares y fijémonos sólo en las columnas de las fórmulas atómicas:

p	**q**	**r**

En primer lugar, lo que haremos es dividir la primera columna en dos partes iguales y completar la primera de esas partes con ‘1’ y la segunda con ‘0’. En este caso tenemos 8 filas, de modo que las 4 primeras filas de la columna correspondiente a *p* se completarán con ‘1’ y las cuatro siguientes con ‘0’. Si en vez de 8 filas tuviéramos 16, la operación sería semejante, aunque en vez de dos grupos de 4, tendríamos dos grupos de 8, uno con ‘1’ y el otro con ‘0’. En nuestro caso la tabla quedará así:

p	**q**	**r**
1		
1		
1		
1		
0		
0		
0		
0		

Si hemos dividido en 2 partes la primera columna, la segunda la dividiremos en 4 partes iguales y completaremos con ‘1’ la primera, con ‘0’ la segunda y así sucesivamente hasta agotarlas. En este caso, como tenemos 8 filas por columna y 8/4=2, dividiremos la columna correspondiente a *q* en cuatro partes de 2 celdas cada una y las completaremos como se ha indicado, de modo que obtendremos lo siguiente:

p	q	r
1	1	
1	1	
1	0	
1	0	
0	1	
0	1	
0	0	
0	0	

Dividida la primera columna en 2 partes y la segunda columna en 4, dividiremos la tercera en 8 partes y las completaremos con '1' y '0' alternativamente (nótese que las columnas han sido divididas, respectivamente por 2^1, 2^2 y 2^3, de modo que si hubiera una cuarta columna correspondiente a una cuarta fórmula atómica, sería dividida por 2^4, y así sucesivamente). Al final tendremos:

p	q	r
1	1	1
1	1	0
1	0	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0
0	0	1
0	0	0

Como podemos observar, mediante este procedimiento hemos obtenido todas las combinaciones posibles de valores de verdad de las fórmulas atómicas de nuestra tabla, que ahora tendrá este aspecto:

p	q	r	¬q	p∧q	r∨¬q	(p∧q)→(r∨¬q)
1	1	1				
1	1	0				
1	0	1				
1	0	0				
0	1	1				
0	1	0				
0	0	1				
0	0	0				

Queda ahora por completar las columnas correspondientes a las fórmulas moleculares. Como sabemos, el valor de verdad de estas fórmulas dependerá del valor de verdad de las fórmulas atómicas que las integran. Comencemos por la columna correspondiente a **¬q**. Sabemos, por la tabla de verdad de la negación, que cuando q es 1, ¬q es 0, y viceversa. En consecuencia, asignaremos a cada celda de la columna ¬q un valor en relación con el valor que para esa fila tenga la columna q. La tabla quedará como sigue:

p	q	r	¬q	p∧q	r∨¬q	(p∧q)→(r∨¬q)
1	1	1	0			
1	1	0	0			
1	0	1	1			
1	0	0	1			
0	1	1	0			
0	1	0	0			
0	0	1	1			
0	0	0	1			

Para completar la columna correspondiente a ***p∧q***, debemos aplicar la tabla de verdad de la conjunción a cada par de valores de las columnas correspondientes a *p* y a *q* de modo que obtenemos la siguiente distribución de valores de verdad:

p	q	r	¬q	p∧q	r∨¬q	(p∧q)→(r∨¬q)
1	1	1	0	1		
1	1	0	0	1		
1	0	1	1	0		
1	0	0	1	0		
0	1	1	0	0		
0	1	0	0	0		
0	0	1	1	0		
0	0	0	1	0		

A continuación hay que completar la columna correspondiente a la fórmula ***r∨¬q*.** El primer término de la disyunción es *r*, por lo tanto deberemos atender a los valores de la columna *r* para establecer los de *(r∨¬q)*. Pero. como vemos, el segundo término que hay que tener en cuenta es *¬q*, esto significa que tenemos que basarnos en los valores de la columna *¬q* y **no en los de la columna *q***. Siguiendo la tabla de verdad de la disyunción, quedará como sigue:

p	q	r	¬q	p∧q	r∨¬q	(p∧q)→(r∨¬q)
1	1	1	0	1	1	
1	1	0	0	1	0	
1	0	1	1	0	1	
1	0	0	1	0	1	
0	1	1	0	0	1	
0	1	0	0	0	0	
0	0	1	1	0	1	
0	0	0	1	0	1	

Para completar la última columna, correspondiente a la fórmula entera, aplicaremos la tabla de verdad del condicional, tomando como referencia las columnas correspondientes a ***(p∧q)*** y a ***(r∨¬q)*** de modo que obtenemos:

p	q	r	¬q	p∧q	r∨¬q	(p∧q)→(r∨¬q)
1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	0	1	1

Contingencias, tautologías y contradicciones

Consideremos las tablas de verdad de las fórmulas ***(p→q), (p∨¬p)*** y ***(p∧¬p),*** respectivamente:

p	q	p→ q
1	1	**1**
1	0	**0**
0	1	**1**
0	0	**1**

p	¬p	p ∨ ¬p
1	0	**1**
0	1	**1**

p	¬p	p ∧ ¬p
1	0	**0**
0	1	**0**

De las tres fórmulas analizadas, sólo podemos afirmar con absoluta certeza la verdad **de *(p∨¬p)*,** pues, como observamos, sea cual sea el valor de sus componentes, la fórmula resulta ser siempre verdadera. A este tipo de fórmulas las llamamos **tautologías**, y son consideradas ***verdades lógicas***.

Por otra parte, la fórmula ***(p∧¬p)*** es el caso opuesto a la anterior, pues para todos los valores de sus subfórmulas, resulta ser falsa. A estas fórmulas las llamamos **contradicciones**. En efecto, diga *p* lo que diga, si afirmo *(p∧¬p)* me estoy contradiciendo y por lo tanto mi afirmación tiene que ser necesariamente falsa.

El tercer tipo de fórmulas son aquéllas cuya verdad o falsedad no puede decidirse simplemente por medios lógicos, como la tabla de verdad, sino que es necesario el recurso a la observación. Es el caso de la fórmula ***(p→q)*.**

Sabemos que la fórmula *p∨¬p* es siempre verdadera, signifique *p* lo que signifique, y también sabemos que *p∧¬p* es siempre falsa, valga *p* lo que valga; y esto lo sabemos únicamente mediante el método lógico de la tabla de verdad. Pero la tabla de verdad de *p→q* nos dice que la fórmula puede ser verdadera o puede ser falsa, y nos indica en qué casos es verdadera y en qué casos es falsa, pero no nos resuelve el problema de si es efectivamente verdadera o falsa. Este tipo de fórmulas son **contingencias (o indeterminaciones)** porque no son ni necesariamente verdaderas ni necesariamente falsas, sino que su verdad o falsedad es relativa, depende del significado de las fórmulas atómicas y es, por lo tanto, contingente.

6.3. DEMOSTRACIÓN DE LA VALIDEZ DE LOS RAZONAMIENTOS MEDIANTE TABLAS DE VERDAD.

Todos los razonamientos argumentos pueden convertirse en un condicional, pues, después de todo, lo que un argumento está afirmando es que *si* las premisas son verdaderas, *entonces* la conclusión también lo es, o dicho de otro modo:

$$P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge {}_n \rightarrow C$$

Es decir, un argumento es, en realidad, un condicional en el que el antecedente es la conjunción de todas las premisas ($P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge P_n$) y el consecuente es la conclusión (C).

Como sabemos, la tabla de verdad del condicional nos dice que éste sólo es falso cuando el antecedente es verdadero y el consecuente falso, y verdadero en el resto de casos.

Esto coincide completamente con la definición de argumento válido, según la cual, una argumento será válido exactamente en los mismos casos en que el condicional que le corresponde lo sea. Como un condicional no puede ser verdadero si el antecedente es verdadero y el consecuente falso, un argumento no podrá ser válido si las premisas son verdaderas y la conclusión falsa.

No siempre es fácil averiguar intuitivamente si un argumento es válido o no, por lo que en ocasiones es necesario recurrir a métodos más fiables que la intuición. Dado que podemos convertir cualquier argumento en un condicional, podemos usar el método de las tablas de verdad para averiguar si un argumento dado es válido o no. Evidentemente, **un argumento sólo será válido cuando el condicional correspondiente sea una tautología** y no será válido en el resto de casos (si es una contradicción o si es una contingencia). Veamos esto con dos ejemplos.

.... *Evaluando el primer ejemplo:*

Premisa 1) Si estudio entonces aprobaré.
Premisa 2) No he estudiado.

Conclusión: No aprobaré.

Lo primero que debemos hacer para evaluar o *decidir* si el argumento es válido o no, es **formalizarlo**:

premisa 1): $p \rightarrow q$ (si estudio entonces aprobaré)

premisa 2): $\neg p$ (no estudio)

concusión: $\neg q$ (no apruebo)

En segundo lugar, tenemos que **convertir el argumento en un condicional**. Como hemos visto, el antecedente del condicional estará formado por la *conjunción* de todas las premisas, y el consecuente por la conclusión, de modo que obtenemos lo siguiente: **$[(p\rightarrow q) \wedge \neg p]\rightarrow q$**

Éste es, en consecuencia, el condicional que le corresponde al argumento del ejemplo. Es el momento de hacer su tabla de verdad, que quedará como sigue:

p	**q**	**¬p**	**p→q**	**(p→q)∧¬p**	**[(p→q)∧¬p]→q**
1	1	0	1	0	**1**
1	0	0	0	0	**1**
0	1	1	1	1	**1**
0	0	1	1	1	**0**

Como vemos, la tabla de verdad nos revela que el condicional analizado es una **contingencia**, lo que significa que puede ser verdadero o no, es decir, que es posible que sus premisas sean verdaderas y su conclusión falsa.

Evaluando el segundo ejemplo:

Premisa 1) Si Alicia llega tarde a casa, será castigada.

Premisa 2) Alicia ha llegado tarde a casa.

Conclusión: Alicia será castigada.

Como en el caso anterior, obtenemos el condicional que le corresponde al argumento que vamos a evaluar, que, tras formalizar cada una de las premisas y la conclusión, quedará como sigue: **[(p→q)∧p]→q**

Y al realizar la tabla de verdad correspondiente obtenemos:

p	q	p→q	(p→q)∧p	[(p→q)∧p]→q
1	1	1	1	**1**
1	0	0	0	**1**
0	1	1	0	**1**
0	0	1	0	**1**

La tabla de verdad nos indica que la fórmula evaluada es una **tautología**, por lo tanto, podemos concluir que el argumento correspondiente es válido, y la tabla de verdad correspondiente es la *prueba* de su validez.

PARTE 2ª COMPROBACIÓN DE REGLAS Y ESQUEMAS DE INFERENCIA: EL CÁLCULO DE LA DEDUCCIÓN NATURAL (C.D.N.)

Hemos definido más arriba el concepto de argumento válido afirmando que un argumento es válido si y sólo si es imposible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa. Esta definición utiliza el concepto de verdad y falsedad, por lo que podemos decir que es una definición *semántica*. Pero la validez lógica puede definirse sin hacer referencia a la verdad o la falsedad. Se trataría, en este caso, de una definición *sintáctica*.

Desde el **punto de vista *sintáctico*** un argumento es válido si las premisas pueden ser transformadas en la conclusión aplicando unas reglas de transformación de fórmulas a las que denominaremos **reglas de derivación**. Veamos con un poco más de detalle a qué nos referimos cuando hablamos de 'transformación'.

En el **lenguaje natural** es corriente transformar unas expresiones en otras que consideramos equivalentes. Esto lo hacemos, por ejemplo, cuando pasamos una frase de activa a pasiva:

a) El perro se come el hueso.

b) El hueso es comido por el perro.

La oración a) puede ser transformada en la oración b) siguiendo unas determinadas reglas. También en matemáticas transformamos unas expresiones en otras equivalentes:

c) $x+5=y$

d) $x=y-5$

Sabemos que la expresión c) puede ser transformada en la expresión d) (y viceversa) aplicando una regla conocida por todos.

La posibilidad de transformar unas expresiones en otras aplicando reglas fijas nos permite *derivar* unas de otras de modo que en la expresión final quizá se pongan de manifiesto cosas que en un principio no eran tan evidentes.

En el lenguaje formal de la lógica de proposiciones también hay unas reglas que nos permiten transformar unas fórmulas en otras, de modo que, dadas unas premisas, y aplicando esas reglas, podemos obtener una determinada conclusión (aunque no *cualquier* conclusión). Las reglas que nosotros estudiaremos constituyen lo que denominamos un ***cálculo de deducción natural*** y si una fórmula A puede ser transformada en otra fórmula B con ayuda de estas reglas, decimos que B *se sigue* de A y que el argumento en el que A es una premisa y B la conclusión, es *válido*.

- Además, ¿te imaginas lo que supondría demostrar la validez de un razonamiento que tuviera más de 6 variables mediante una tabla de verdad…? Por ello, el cálculo de deducción natural es un método mucho más práctico para tales tipos de razonamientos.

En una deducción encontraremos unos **supuestos** y unas **reglas de inferencia**. Los supuestos pueden ser **premisas** (**supuestos previos**) o bien **supuestos provisionales** o subsidiarios, que sirven momentáneamente de apoyo en el curso de la deducción pero de los cuales hay que desembarazarse antes del final de la misma (llamándose esto descarga o cancelación de supuestos).

La deducción formal es una **secuencia finita de fórmulas** tales que cada una de ellas es un supuesto previo, un supuesto provisional o una fórmula que se deriva lógicamente de otra u otras anteriores por inferencia inmediata (por la aplicación de una sola regla de inferencia).

La **notación simbólica** de una derivación es la siguiente: la deducción se indica o anota poniendo en hilera las premisas separadas por comas y a continuación de las mismas el deductor $\vdash$ seguido de la conclusión: $p \rightarrow \neg q \wedge r, p \rightarrow s, s \wedge r \rightarrow \neg \neg m, \neg \neg p \vdash m$.

La deducción se realiza así: se colocan en columna las premisas y las fórmulas inferidas de la siguiente manera:

- Se numeran en la izquierda a partir del número 1.
- Las premisas llevan un guión a la izquierda del número.
- Los supuestos provisionales se señalan con un ángulo recto (┌) antes del número, que se unirá con una línea recta a otro ángulo (└) correspondiente a la línea que los cancela.
- Se pone a la derecha un comentario: las siglas de la regla por la que se infiere la línea y los números de las líneas a las que se ha aplicado la regla.

7. CÁLCULO CON REGLAS BÁSICAS

Las reglas de inferencia se clasifican en reglas ***básicas*** y ***derivadas***.

- Las ***reglas básicas*** son verdades por definición, únicamente definen conectivas.
- Las ***reglas derivadas*** se demuestran a partir de las reglas básicas.
- Las ***reglas básicas*** se corresponden con cada una de las ***conectivas***, bien para ***introducirlas*** o bien para ***eliminarlas***.

Las Reglas Básicas.

a. Las Reglas Básicas del conjuntor son dos:

- La de ***Introducción del Conjuntor***.

De una proposición tomada como premisa y otra proposición también tomada como premisa, podemos concluir que la conjunción de ambas es necesariamente verdadera. Esquema:

A

B

|..................

$A \wedge B$ I.C. (Introducción del Conjuntor)

- La de ***Eliminación del Conjuntor***.

De una conjunción tomada como premisa podemos concluir que cualquiera de las dos proposiciones que la componen es verdadera. Esquema:

$A \wedge B$	$A \wedge B$	
|---------	|---------	
A	B	E.C (Eliminación del conjuntor)

Ejercicio nº 1.

1. $p \wedge q$ |-- $q \wedge r$
2. r
3. q E.C. (1)
4. $q \wedge r$ I.C. (2,3)

Ejercicio nº 2.

1. $p \wedge q \wedge r$ |-----$r \wedge s$
2. s
3. r
4. $r \wedge s$

b. Reglas del disyuntor.

- ***Regla de Introducción del disyuntor***: de una proposición cualquiera tomada como premisa podemos concluir su disyunción con cualquier otra.

A
|---------
$A \vee B$ I.D

A
|--------
$B \vee A$ I.D

Ejercicio nº 1.

1. $p \wedge q$ | ---$(r \vee s) \wedge p$
2. r
3. $r \vee s$ I.D. (2)
4. p E.C. (1)

|--
5. $(r \vee s) \wedge p$ I.C. (3,4)

Nota: La ***Introducción al disyuntor*** se aplica a más de una sola línea.

- ***Regla de Eliminación del Disyuntor (o Prueba por Casos)***: de una disyunción tomada como premisa sí suponiendo cada una de las proposiciones que la componen llegamos a la misma conclusión, dicha conclusión es necesariamente verdadera.

$A \vee B$
A
.
.
.
C

B
.
.
.
C
|------------------------
C E.D.

Nota: Lo que hay dentro del paréntesis son suposiciones, no está demostrado. Puede haber tantas líneas como sean necesarias.

Ejercicio nº 1.

1. $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ | -------- p
2. $p \wedge q$
3. p E.C (2)
4. $p \wedge r$
5. p E.C (4)

|--------------------------------------
6. p E.D.(1, 2-3, 4-5)

Ejercicio nº 2.

1. $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ | -------- $p \vee r$
2. $p \wedge q$
3. p E.C (2)
4. $p \vee r$ I.D. (3)
5. $p \wedge r$

6. p E.C (5)
7. $p \vee r$ I.D. (6)

|--

8. $p \vee r$ E.D (1, 2 – 4, 5 - 7)

c. Reglas del Implicador.

- ***Eliminación del implicador o Modus Ponens***: De una implicación y su antecedente tomados como premisas, podemos concluir que el consecuente es necesariamente verdadero

$A \rightarrow B$
A

|---------------
B

Ejercicio nº 1.

1. $p \rightarrow q$
2. p |------ s
3. $q \vee r \rightarrow s$

4. q M. P. (1,2)
5. $q \vee r$ I.D. (4)
6. s M. P. (3,5)

- ***Introducción del Implicador (o Teorema de la Deducción):*** Si suponiendo una premisa cualquiera llagamos a otra premisa, podemos afirmar que la implicación, en la que el antecedente es la premisa supuesta y el consecuente la proposición a la que hemos llegado, es verdadera.

A

B

.·

-·

.

C

|-------------------------

$B \rightarrow C$ I.I. (Introducción del implicador)

Ejercicio nº 1.

1. $p \rightarrow q$ |---- $p \rightarrow r$

2. $q \rightarrow r$
3. p
4. q M.P. (1,3)
5. r M.P. (2,4)

|...

6. $p \rightarrow r$ I.I. (3 – 5)

Se usa para demostrar implicaciones:

1º. Se supone el antecedente.

2º. Se sacan líneas hasta llegar al consecuente.

3º. Una vez logrado, la implicación está demostrada.

Ejercicio nº 2.

1. $p \rightarrow q$ |---- $p \rightarrow s \vee t$
2. $q \vee r \rightarrow s$
3. p
4. q M.P. (1, 3)
5. $q \vee r$ I.D. (4)
6. s M.P. (2,5)
7. $s \vee t$ I.D. (6)

|...

8. $p \rightarrow s \vee t$ I.I. (3 -7)

d. Reglas del negador.

- ***Eliminación del Negador o Doble Negación***: La doble negación equivale a una afirmación, y a la inversa, una afirmación equivale a una doble negación.

$\neg \neg A$

|............

\- A

Ejercicio nº 1.

1. $\neg \neg p$ | ----r
2. $p \rightarrow q$
3. $\neg \neg(q \rightarrow r)$
4. p E.N. (1)
5. q M.P. (2,4)
6. $q \rightarrow r$ E.N. (3)

|...

7. r M.P (5,6)

- ***Regla de Introducción del Negador o "procedimiento de reducción al absurdo"***: No es estrictamente una regla sino un procedimiento alternativo a todo lo que hemos hecho hasta ahora. Hemos utilizado hasta el momento la denominada ***"deducción natural" o "vía directa"***, que consiste en transformar las premisas mediante reglas hasta alcanzar la conclusión. Sin embargo, el procedimiento de reducción al absurdo consiste en ***suponer lo contrario de lo que queremos demostrar*** (la conclusión negada), se procede después deductivamente hasta alcanzar cualquier contradicción. Una contradicción es una formula del tipo **A ∧ ¬ A**.

A

¬ B (Siendo ¬ B lo contrario de la conclusión)

.

.

.

C ∧ ¬ C

|-------------

- B

8. CÁLCULO CON REGLAS DERIVADAS

Las Reglas Derivadas.

a. Modus Tollens: de una implicación y la negación de su consecuente, tomadas como premisas, podemos concluir la negación del antecedente.

A → B

¬ B

|--

¬ A

Ejercicio nº 1.

1. p → ¬ q |------ ¬ p
2. q

|--------------------------------

3. ¬ p M.T. (1,2)

Ejercicio nº 2.

1. p → q |---- ¬ r
2. ¬ q
3. r → p
4. ¬ p M.T. (1,2)

|--

5. ¬ r M.T. (3,4)

Ejercicio nº 3. Combinación de Reducción al absurdo y Modus Tollens.

1. ¬ p → q | ---- r
2. ¬ p
3. q → r
4. ¬ r
5. ¬ q M.T. (3,4)
6. p M.T. (1,5)
7. p ∧ ¬ p I.C. (2,6)

|------------------------------------
----

8. r R.A. (4 -7)

b. Regla de Contraposición: de una implicación podemos deducir otra implicación, en la que el antecedente y el consecuente se inviertan y ambas se nieguen.

A→B
|-------------------------
¬ B → ¬ A C.P. Contraposición

c. Silogismo Disyuntivo: de una disyunción y la negación de una de las proposiciones que la componen, podemos concluir que la otra es necesariamente verdadera.

A ∨ B
¬ A
|---------
B S.D.

A ∨ B
¬B
|-----------
A S.D.

Ejercicio nº 1. Aplicación de Modus Ponens, Modus Tollens y Silogismo disyuntivo.

1. $\neg p \vee \neg q$
2. q
3. $\neg p \rightarrow r$ | ------ $\neg t$
4. $s \rightarrow \neg r$
5. $s \vee \neg t$
6. $\neg p$ S.D. (1,2)
7. r M.P. (3,6)
8. $\neg s$ M.T. (4,7)

|------------------------------

9. $\neg t$ S.D. (5,8)

d. Dilemas: de una disyunción y dos implicaciones tomadas como premisas, podemos deducir el consecuente de las implicaciones o el antecedente de las implicaciones, o una disyunción, siguiendo los siguientes esquemas:

A ∨ B
B A → C
¬A B → C
→ ¬ B
|------------
-- C

¬ A ∨ ¬
C →
C
|-------------
¬ C

A ∨ B
B A → C
¬ A B → D
→ ¬ B
|------------
-- C ∨ D
¬ D

¬ A ∨ ¬
C →
D
|-------------
¬ C ∨

e. Propiedad Transitiva de la Implicación o Silogismo Hipotético: de dos implicaciones tomadas como premisas, si el consecuente de una de ellas es el antecedente de la otra, se puede concluir una nueva implicación con el antecedente de la primera y el consecuente de la segunda.

A →
B
B →
C
|--------------------

$A \rightarrow C$ S.H

f. Leyes de Interdefinición: estas leyes se utilizan para transformar unas conectivas en otras.

- Las más conocidas de estas leyes son las llamadas ***Leyes de Morgan***, que se utilizan para trasformar conjunciones en disyunciones, y a la inversa. El procedimiento es el siguiente:

- Se niega la fórmula completa, se niega cada una de las proposiciones que forman la conjunción o la disyunción, y se cambia la conectiva.

$\neg(A \wedge B)$
....
$\neg A \vee \neg B$ D.M.

$\neg(A \vee B)$
....
$\neg A \wedge \neg B$ D.M.

g. Interdefinición del Implicador: Una implicación se puede trasformar en una conjunción negando toda la fórmula, el antecedente se mantiene con el mismo valor y el consecuente se niega.

$A \rightarrow B$
....
$\neg (A \wedge \neg B)$

ACTIVIDADES

ACTIVIDADES INTRODUCTORIAS

1.- Invéntate razonamientos expresados en lenguaje natural que respondan a las siguientes combinaciones:

1. Premisas Falsas - Conclusión Falsa.
2. Premisas Falsas - Conclusión Verdadera.
3. Unas Premisas Falsas y otras Verdaderas - Conclusión Falsa.
4. Unas Premisas Falsas y otras Verdaderas - Conclusión Verdadera.
5. Premisas Verdaderas - Conclusión Verdadera.
6. Premisas Verdaderas - Conclusión Falsa.

2.- Lee las siguientes fórmulas e indica cuál es la conectiva principal en cada una de ellas:

1. $\leftrightarrow q \vee r$
2. $(p \leftrightarrow q) \vee r$
3. $p \rightarrow (q \leftrightarrow r)$
4. $p \rightarrow \neg q \leftrightarrow r$
5. $(p \vee r) \rightarrow q$
6. $p \wedge r \rightarrow s$
7. $p \rightarrow r \vee s$
8. $p \wedge (r \rightarrow s)$

ACTIVIDADES DE FORMALIZACIÓN.

1.- No es cierto que no me guste bailar.
2.- Me gusta bailar y leer libros de ciencia ficción.
3.- Si los gatos de mi hermana no soltaran tanto pelo me gustaría acariciarlos.
4.- Si y sólo si viera un marciano con mis propios ojos, creería que hay vida extraterrestre. 5.- Una de dos: o salgo a dar un paseo, o me pongo a estudiar como un loco.
6.- Si los elefantes volaran o supieran resolver raíces cuadradas, pensaría que estoy como una regadera y dejaría que me internaran en psiquiátrico.
7.- Prefiero ir de vacaciones o estar sin hacer nada si tengo tiempo para ello y no tengo que ir a trabajar.
8.- O estás seguro y lo que dices es cierto o mientes como un bellaco.
9.- Si acepto este trabajo o dejo de pintar por falta de tiempo; entonces no realizaré mis sueños. He aceptado el trabajo y he dejado de pintar. Por lo tanto, no realizaré mis sueños.
10.- Vinieron, pero llegaron muy tarde.
11.- Aunque va mal vestido, da gusto verlo.
12.- Si eres puntual, iremos juntos, pero si llegas tarde iré solo.
13.- Si ha sido él, o bien es un ingenuo o un delincuente; y si es un delincuente, irá a prisión. 14.- Sólo aprobaré Matemáticas si consigo que me presten los ejercicios de integrales.

15.- Tener malos pensamientos equivale a practicarlos.
16.- O estudias y trabajas o serás un desgraciado. 17.- Todo lo que tú dices es falso.
18.- No es verdad que todo lo que tú digas es falso. 19.- Es imposible que no sea cierto lo que dices.
20.- La riqueza ayuda a ser feliz, pero la cultura todavía más.
21.- Si eres licenciado, no es posible que no sepas leer ni escribir. 22.- Es imposible que una misma cosa sea y no sea.
23.- Un mineral es un metal si y sólo si es un buen conductor de la electricidad. 24.- Si no crees en Dios pero blasfemas, te estás contradiciendo.
25.- No es cierto que sólo aplicando la racionalidad tenga sentido la vida. 26.- ¿A qué hora vas a venir esta noche? ¡Ojalá vengas pronto!
27.- Siéntate de una vez. ¿No me has oído?
28.- Si voy al cine, me divertiré y no tendré que ponerme a estudiar. Así que voy al cine.
29.- O veo Antena 3 o Telecinco, pero es imposible que vea ambas a la vez.
30.- El libro está sobre la mesa, pero no he tenido tiempo para leerlo y resumirlo. 31.- Si no como ni duermo, me pondré enfermo.
32.- Si leo la prensa, estaré informado de los asuntos económicos, y si esto es así, invertiré en bolsa con éxito. Por lo tanto, si leo la prensa me aseguraré el éxito en la bolsa.
33.- Que no es cierto que llueve y hace sol equivale a decir que no llueve o no hace sol.

34.- Irak dice que si los aviones norteamericanos sobrevuelan su territorio, los derribará. Si esto último ocurre, la ONU endurecerá sus sanciones económicas contra Irak. Por lo tanto, si los aviones norteamericanos sobrevuelan Irak, se llevarán a cabo las sanciones de la ONU.

35.- O la Televisión modifica sus esquemas y renueva su programación o se producirá una huida masiva de telespectadores y veremos las calles inundadas de gente.

36.- Si se ganan las elecciones y nuestros representantes acceden al poder, confiaremos en ellos si y sólo si cumplen sus promesas y el poder no les corrompe.

37.- Aristóteles nació en Estagira y fue tutor de Alejandro Magno. Pero si nació en Estagira fue de nacionalidad macedónica. Por tanto Aristóteles fue de nacionalidad macedónica.

38.- Si continúa la investigación, surgirán nuevas evidencias. Si surgen nuevas evidencias, entonces varios dirigentes se verán implicados. Si varios dirigentes están implicados, los periódicos dejarán de hablar del caso. Si la continuación de la investigación implica que los periódicos dejen de hablar del caso, entonces, el surgimiento de nuevas evidencias implica que la investigación continúa. La investigación no continúa. Por tanto, no surgirán nuevas evidencias.

39.- O los libros de la Biblioteca de Alejandría contienen las enseñanzas del Corán o no las contienen. Si contienen las enseñanzas del Corán son superfluos, y si son superfluos deben ser quemados. Si no contienen las enseñanzas del Corán son nocivos, y si son nocivos deben ser quemados. Por consiguiente, los libros de la Biblioteca de Alejandría deben ser quemados.

40.- Si el Rh de la futura madre es negativo, debe analizarse inmediatamente después de cada parto la sangre del recién nacido y, si ésta es Rh positivo, ha de administrarse a la parturienta el suero apropiado si se desean evitar complicaciones a otros hijos.

41.- Si el número *n* es positivo, entonces *n2* es positivo. Si *n* es negativo, entonces *n2* es positivo. *N* es positivo o negativo. En consecuencia, *n2* es positivo.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA REPUBLICA DE HONDURAS
DANE 10500100313101, NIT 811.021.822-1
FILOSOFIA

ACTIVIDADES CON TABLAS DE VERDAD.

A) ***Construye las tablas de verdad de las siguientes fórmulas, indicando si se trata de una tautología, indeterminación o contradicción*.**

1. $p \rightarrow \neg p$

2. $q \vee \neg p$

3. $(p \wedge q) \vee \neg p$

4. $\neg (p \wedge q) \longleftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

5. $[\, p \rightarrow (q \longleftrightarrow r) \wedge (\neg p \vee r)]$

6. $(p \vee q) \rightarrow \neg p$

7. $[\, p \wedge (q \vee r)] \rightarrow [\,(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$

8. $[\,(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (\neg p \rightarrow r)$

9. $[\,(p \wedge q) \vee (r \rightarrow p)] \rightarrow (\neg p \wedge \neg r)$

10. $[p \rightarrow (q \vee r)] \longleftrightarrow [p \rightarrow (q \vee r)]$

11. $[\,(p \rightarrow \neg q) \wedge r] \vee \neg\neg (p \longleftrightarrow r)$

B) Formaliza los argumentos siguientes y construye sus tablas de verdad correspondientes:

1. Si trabajo, gano dinero, y si estoy ocioso, me divierto. O bien trabajo o bien estoy ocioso. Luego, o gano dinero o me divierto.

2. Si trabajo, no me divierto, y si estoy ocioso, no gano dinero. O bien trabajo o bien estoy ocioso. Luego, o no gano dinero o no me divierto.

3. Si alguien es sabio, es una persona inteligente. Si una persona es inteligente, entonces calla sobre aquello que no sabe. Por tanto, si alguien es sabio, calla sobre lo que no sabe.

4. Si hace frío, el lago se helará. El lago se heló. Por tanto, hizo frío.

5. Si los jóvenes de izquierdas apoyan a Zapatero, renuncian a su programa de reivindicaciones. Y si combaten a Zapatero, entonces favorecen a la oposición del Partido Popular. Pero, una de dos: o apoyan a Zapatero o lo combaten. Por consiguiente, habrán de renunciar a su programa de reivindicaciones o favorecer a la oposición del Partido Popular.

6. O el animal no es un pájaro o tiene alas. Si el animal es un pájaro, entonces pone huevos. El animal no tiene alas. Por tanto, no pone huevos.

7. O ahorro el sueldo cada mes o me lo gasto para vivir. Si ahorro, no puedo vivir. Pero si quiero vivir no puedo ahorrar. Por tanto, no es posible vivir y ahorrar.

8. Para que te nombren jefe de tu partido político has de mostrarte sumiso e interesado. Normalmente eres bastante sumiso. Por tanto, con tal de que te muestres interesado, conseguirás ser jefe del partido.